

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PAR ARTICLES PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU
DOCTORAT EN GÉNIE
Ph. D.

PAR
Ridha HANNAT

OPTIMISATION D'UN SYSTÈME D'ANTIGIVRAGE À AIR CHAUD POUR AILE
D'AVION BASÉE SUR LA MÉTHODE DU KRIGEAGE DUAL

MONTREAL, LE 21 FÉVRIER 2014



Ridha Hannat, 2014



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. François Morency, directeur de thèse
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Mme Ruxandra Botez, président du jury
Département GPA à l'École de technologie supérieure

M. Louis Dufresne, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Guy Fortin, examinateur externe
Bombardier Aerospace

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 28 NOVEMBRE 2013

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Mon père et ma mère.

Mon fils Mohamed El-Amine, ma fille Fatimah et ma femme.

Mes frères et sœurs, mes neveux et mes nièces.

Mes défunts grands parents.

Toute la famille ainsi que tous mes amis.

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. François Morency, pour son encadrement, son soutien constant et sa patience tout au long de ces années passées à l'ÉTS.

OPTIMISATION D'UN SYSTÈME D'ANTIGIVRAGE À AIR CHAUD POUR AILE D'AVION BASÉE SUR LA MÉTHODE DU KRIGEAGE DUAL

Ridha HANNAT

RÉSUMÉ

L'objectif de cette thèse est de proposer une nouvelle méthodologie d'optimisation pour les systèmes d'antigivrage à air chaud pour ailes d'avions. La méthodologie est basée sur la méthode du krigeage dual. Le système d'antigivrage est constitué d'un tube piccolo placé le long de l'envergure de l'aile, dans la région du bord d'attaque. L'air chaud est injecté à travers de petites buses et impacte sur la paroi interne de l'aile. La fonction objectif ciblée par l'optimisation est l'efficacité de transfert thermique du système d'antigivrage. Cette efficacité de transfert thermique est considérée comme étant le rapport du flux de chaleur à la paroi interne de l'aile divisé par la somme de tous les flux de chaleur aux buses du système d'antigivrage.

La méthodologie adoptée pour optimiser un système d'antigivrage comporte trois étapes. La première étape consiste à construire une base de données selon le plan de Box-Behnken. La fonction objectif est ensuite modélisée par la méthode du krigeage dual et enfin l'optimisation par la méthode SQP est appliquée sur le modèle de la fonction objectif. Un des avantages du krigeage dual est que le modèle passe exactement par tous les points de mesures, mais il peut aussi prendre en compte les erreurs numériques et dévier des points de mesures. En plus, le modèle krigé peut être mis à jour à chaque nouvelle expérience numérique. Ces caractéristiques du krigeage dual semblent en faire un bon outil pour construire les surfaces de réponse nécessaire à l'optimisation d'un système d'antigivrage.

Le premier chapitre passe en revue la littérature pertinente sur le sujet ainsi que sur la problématique d'optimisation du système d'antigivrage. Les chapitres 2, 3 et 4 présentent les trois articles soumis. Le chapitre 2 est dédié à la validation des codes de CFD utilisés pour réaliser les simulations numériques d'un système d'antigivrage et au calcul du transfert de chaleur conjugué (CHT). Le CHT est calculé en prenant en compte l'écoulement externe autour de l'aile d'avion, l'écoulement interne dans le système d'antigivrage et la conduction dans l'aile. Les coefficients de transfert de chaleur à la paroi externe de l'aile ne changent pas tellement si l'on prend en compte ou non l'écoulement externe. Donc seul, l'écoulement interne est considéré dans les articles suivants.

Le chapitre 3 concerne la matrice de design et la construction d'un modèle paramétrique d'ordre deux. La modélisation de la fonction objectif est basée sur le plan de design de Box-Behnken. Le modèle paramétrique qui découle des simulations numériques sert à la comparaison avec le modèle krigé du troisième article.

Le chapitre 4 applique la méthode du krigeage dual pour la modélisation de l'efficacité de transfert thermique du système d'antigivrage et son optimisation. La possibilité d'inclure l'erreur numérique dans les résultats est explorée. Pour le cas test étudié, l'introduction de l'erreur numérique dans le processus d'optimisation n'améliore pas les résultats. La méthode

VIII

du krigeage dual est aussi employée pour modéliser la distribution du flux de chaleur local et interpoler le flux de chaleur correspondant au design optimal du système d'antigivrage.

Mots clés : anti-givrage, CFX, transfert de chaleur conjugué, plan d'expérience, krigeage dual.

OPTIMIZATION OF HOT AIR ANTI-ICING SYSTEM FOR AIRCRAFT WING BASED ON THE DUAL KRIGING METHOD

Ridha HANNAT

ABSTRACT

The aim of this thesis is to apply a new methodology of optimization based on the dual kriging method to a hot air anti-icing system for airplanes wings. The anti-icing system consists of a piccolo tube placed along the span of the wing, in the leading edge area. The hot air is injected through small nozzles and impact on the inner wall of the wing. The objective function targeted by the optimization is the effectiveness of the heat transfer of the anti-icing system. This heat transfer effectiveness is regarded as being the ratio of the wing inner wall heat flux and the sum of all the nozzles heat flows of the anti-icing system.

The methodology adopted to optimize an anti-icing system consists of three steps. The first step is to build a database according to the Box-Behnken design of experiment. The objective function is then modeled by the dual kriging method and finally the SQP optimization method is applied. One of the advantages of the dual kriging is that the model passes exactly through all measurement points, but it can also take into account the numerical errors and deviates from these points. Moreover, the kriged model can be updated at each new numerical simulation. These features of the dual kriging seem to give a good tool to build the response surfaces necessary for the anti-icing system optimization.

The first chapter presents a literature review and the optimization problem related to the anti-icing system. Chapters two, three and four present the three articles submitted. Chapter two is devoted to the validation of CFD codes used to perform the numerical simulations of an anti-icing system and to compute the conjugate heat transfer (CHT). The CHT is calculated by taking into account the external flow around the airfoil, the internal flow in the anti-icing system, and the conduction in the wing. The heat transfer coefficient at the external skin of the airfoil is almost the same if the external flow is taken into account or no. Therefore, only the internal flow is considered in the following articles.

Chapter three concerns the design of experiment (DoE) matrix and the construction of a second order parametric model. The objective function model is based on the Box-Behnken DoE. The parametric model that results from numerical simulations serve for comparison with the kriged model of the third article.

Chapter four applies the dual kriging method to model the heat transfer effectiveness of the anti-icing system and use the model for optimization. The possibility of including the numerical error in the results is explored. For the test cases studied, introduction of the numerical error in the optimization process does not improve the results. Dual kriging method is also used to model the distribution of the local heat flux and to interpolate the local

X

heat flux corresponding to the optimal design of the anti-icing system.

Keywords: anti-icing; CFX, conjugate heat transfer; design of experiment, dual kriging.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
0.1 Problématique	2
0.2 Objectifs	5
0.3 Méthodologie	6
0.3.1 Validation des codes numériques	6
0.3.2 Plan d'expériences	7
0.3.3 Modélisation	9
0.3.4 Optimisation	10
0.4 Contenu de la thèse	13
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	15
1.1 Les systèmes de protection contre le givre	15
1.2 Les codes CFD	16
1.3 Études des systèmes à air chaud	18
1.4 Plan d'expérience	22
1.5 Techniques de modélisation	23
1.5.1 Méthode RSM	24
1.5.2 Fonction à base radiale (RBF)	24
1.5.3 Réseaux de neurones	25
1.5.4 Krigeage	26
1.5.5 Krigeage dual	26
1.5.6 Modélisation basée sur le krigeage dual	27
1.6 Optimisation	29
1.6.1 Optimisation basé sur le krigeage	29
1.6.2 Optimisation d'un système d'antigivrage	31
1.7 Conclusion	32
1.8 Originalité	33
CHAPITRE 2 ARTICLE#1: NUMERICAL VALIDATION OF CHT METHOD FOR SIMULATION OF ANTI-/DE-ICING PICCOLO SYSTEM	37
2.1 Préface du premier article	37
2.2 Abstract	38
2.3 Introduction	38
2.4 Conjugate Heat Transfer Code	43
2.4.1 CHT within FENSAP-ICE	43
2.4.2 ANSYS® CFX 12.1	47
2.4.2.1 Automatic near wall treatment	49
2.4.2.2 Wall heat flux	50
2.4.3 CHT3D/CFX	50
2.5 Proposed Test Cases	51
2.6 Numerical results	56
2.6.1 Two-Stream Parallel Flow Heat Exchanger	57

2.6.1.1	Case of a zero thickness solid interface	57
2.6.1.2	Case of solid interface of finite thickness	59
2.6.2	Anti-icing system	61
2.6.2.1	Internal flow	62
2.6.2.2	External flow	67
2.6.2.3	Conjugate heat transfer	69
2.7	Conclusion	73

CHAPITRE 3 ARTICLE#2: NUMERICAL STUDY OF A HOT-AIR-BASED AIRCRAFT WING ANTI-ICING SYSTEM USING THE BOX-BEHNKEN DOE APPROACH

3.1	Préface du deuxième article	75
3.2	Abstract	76
3.3	Introduction	76
3.4	Mathematical Model and Numerical Method	78
3.4.1	Mathematical Model	78
3.4.2	Numerical Method	79
3.4.3	The Design of Experiment Method.....	80
3.5	Test Cases	82
3.5.1	Round impinging jet	83
3.5.2	Anti-Icing system.....	84
3.5.2.1	Anti-icing system geometry	84
3.5.2.2	Wing geometry.....	87
3.5.2.3	Computational domain discretization	87
3.6	Validation	89
3.6.1	Impinging jet.....	89
3.6.1.1	Grid refinement study	89
3.6.1.2	Comparison of the results	91
3.6.2	Anti-icing system.....	93
3.6.2.1	Grid convergence index GCI	94
3.6.2.2	Comparison of results	95
3.7	Parametric models.....	96
3.7.1	Impinging jet.....	96
3.7.1.1	Parametric model for the impinging jet	97
3.7.2	Anti-icing system.....	99
3.7.2.1	Parametric model for the anti-icing system	99
3.8	Conclusion	100

CHAPITRE 4 ARTICLE#3: APPLICATION OF THE DUAL KRIGING METHOD FOR THE DESIGN OF A HOT-AIR-BASED AIRCRAFT WING ANTI-ICING SYSTEM.....

4.1	Préface du troisième article.....	103
4.2	Abstract	104
4.3	Introduction	104
4.4	Mathematical Model and Numerical Method	107

4.4.1	Mathematical model.....	108
4.4.2	Finite Volume Method.....	108
4.4.3	Design of experiment.....	109
4.4.4	Dual Kriging Method.....	110
4.4.5	Optimisation Method	112
4.5	Test Cases	112
4.5.1	Round Jet Impinging on a Wall	112
4.5.2	Anti-Icing system.....	114
4.6	CFD Validation Procedure.....	117
4.6.1	Round impinging jet	117
4.6.1.1	Grid refinement study	117
4.6.1.2	Results comparison	118
4.6.2	Anti-icing system.....	119
4.6.2.1	Grid Convergence Index GCI	119
4.6.2.2	Results comparison	119
4.7	RSM with Kriging Method	121
4.7.1	Round impinging jet	121
4.7.1.1	Kriging method for the round impinging jet.....	121
4.7.1.2	Nugget effect.....	125
4.7.2	Anti-icing system.....	126
4.7.2.1	RSM of the heat transfer efficiency with the kriging method	127
4.7.2.2	Interpolate wall heat flux distribution using the kriging method.....	129
4.7.2.3	Prediction of the optimal wall heat flux distribution using kriging method.....	131
4.8	Conclusion	132
	CONCLUSION	135
	RECOMMANDATIONS	141
	ANNEXE I REMARQUE.....	143
	LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	147

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Test conditions	62
Tableau 2.2 Different GCI evaluated for two meshes: medium and fine	65
Tableau 2.3 Thermocouples locations: cutting plane 1 (left), cutting plane 2 (right)	69
Tableau 3.1 Box-Behnken design matrix for three parameters	81
Tableau 3.2 Average Nusselt numbers obtained using ANSYS® CFX 12.1 and correlations.....	93
Tableau 3.3 DoE matrix used for the impinging jet	96
Tableau 3.4 Numerical results DoE	97
Tableau 3.5 DoE matrix used for the anti-icing system	99
Tableau 4.1 Box-Behnken design matrix for three parameters	109
Tableau 4.2 DoE matrix used for the round impinging jet	121
Tableau 4.3 The b_i coefficients of the dual kriging covariance for the Nu_{avg} objective function	122
Tableau 4.4 DoE matrix used for the anti-icing system	126
Tableau 4.5 DoE effectiveness results	127
Tableau 4.6 Covariance coefficients ($b_i \times 10^{-4}$) from 13 runs	128

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 0.1	Système d'antigivrage à air chaud avec trois rangées de jets3
Figure 0.2	Schéma du domaine de calcul pour le jet rond8
Figure 0.3	Variables géométriques du système d'antigivrage à air chaud avec trois rangées de jets9
Figure 0.4	Charte de la méthodologie13
Figure 2.1	Flow chart for unsteady conjugate heat transfer44
Figure 2.2	Schematic of parallel-flow53
Figure 2.3	Anti-icing system (top view)54
Figure 2.4	Anti-icing system (side view)55
Figure 2.5	External flow field geometry: a) side view and, b) top view56
Figure 2.6	Temperature contours obtained with ANSYS® CFX 12.1 for $Re_H=1326.4(Ma_{out,H}=0.622)$ and $Re_C=163.6(Ma_{out,C}=0.080)$57
Figure 2.7	Bulk temperature for $Re_H=1326.4 (Ma_{out,H}=0.622)$ and $Re_C=163.6 (Ma_{out,C}=0.080)$58
Figure 2.8	Bulk temperature for $Re_H=168.7 (Ma_{out,H}=0.081)$ and $Re_C=170.5 (Ma_{out,C}=0.082)$58
Figure 2.9	Wall heat flux for 400×20, 800×40 and 1200×60 nodes (without solid).....59
Figure 2.10	Wall heat fluxes comparison: CHT3D/CFX and ANSYS® CFX 12.1 for 5 μm thick solid interface60
Figure 2.11	Relative error on heat fluxes:ANSYS® CFX 12.1 vs CHT3D/CFX.....61
Figure 2.12	Bulk temperature for $Re_H=1601 (Ma_{out,H}=0.622)$ and $Re_C=196.2 (Ma_{out,C}=0.080)$ for a 5μm thick solid interface (ANSYS® CFX 12.1).....61
Figure 2.13	Internal flow domain mesh: a) zoom on jet core refinement region and prism layers; b) front view of the leading edge63
Figure 2.14	Velocity streamlines (ANSYS® CFX 12.1) in two cross-section views.....63
Figure 2.15	Isocontours of Ma in two cross-section views.....63

Figure 2.16	Heat transfer coefficient for internal flow, along a line formed by intersection of inner surface and a plane cutting jet 2 and 3 at centerline	67
Figure 2.17	Heat transfer coefficient for internal flow, along a line formed by intersection of inner surface and a plane cutting jet 1 at centerline	67
Figure 2.18	External mesh with hexahedral elements: a) global view, b) zoom on airfoil	68
Figure 2.19	y^+ isocontours	68
Figure 2.20	Pressure coefficient C_p (ANSYS® CFX 12.1 vs Xfoil) $Re=6.9 \times 10^6$, $AOA=3^\circ$	68
Figure 2.21	Numerical isocontour map of the static temperature at a cross-section cutting jet 2 and 3 at centerline	71
Figure 2.22	Numerical isocontour map of the wall temperature (C)	71
Figure 2.23	Heat transfer coefficient along a line form by intersection of inner surface and a plane cutting jet 2 and 3 at centerline (CHT3D/CFX, CFX 12.1 and Wright)	72
Figure 2.24	Heat transfer coefficient along a line form by intersection of inner surface and a plane cutting jet 1 at centerline (CHT3D/CFX, CFX 12.1 and Wright)	72
Figure 2.25	Temperature comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE and Experimental-at span cross-section 1 location	73
Figure 2.26	Temperature comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE and Experimental-at span cross-section 2 location	73
Figure 2.27	Wall heat flux and heat transfer coefficient comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE at span cross-section 1 location	73
Figure 2.28	Wall heat flux and heat transfer coefficient comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE at span cross-section 2 location	73
Figure 3.1	Schematic representation of the computational domain for the round impinging jet	84
Figure 3.2	Anti-icing system (side view)	85
Figure 3.3	Anti-icing system (top view)	85
Figure 3.4	Anti-icing system design parameters	86

Figure 3.5	External flow field geometry: a) side view and b) top view	87
Figure 3.6	Internal flow domain mesh on walls	88
Figure 3.7	Mesh cut plane at centerlines of jet 2 and 3 and zoom on prism layer at jet 2 inlet	88
Figure 3.8	External hexahedral mesh with piccolo anti-de-icing system.....	89
Figure 3.9	Grid size effects on a) Nusselt number; b) y^+	91
Figure 3.10	Local Nusselt number comparison.....	92
Figure 3.11	Curve location on the inner wall of the leading edge for 2D analysis	94
Figure 3.12	Local Nusselt number for the fine and medium meshes.....	94
Figure 3.13	Local Nusselt number comparison.....	95
Figure 3.14	Parametric model surface for a $M=0.2$	98
Figure 3.15	Nu_{avg} as a function of Re as calculated using the parametric model (ANSYS® CFX 12.1) and equation (3.10) (Martin)	98
Figure 3.16	Heat transfer effectiveness as a function of H' and α' , for $\dot{m}'=0$	100
Figure 4.1	Schematic representation of the computational domain for the round impinging jet	113
Figure 4.2	Anti-icing system (side view)	114
Figure 4.3	Anti-icing system (top view)	115
Figure 4.4	Anti-icing system design parameters	116
Figure 4.5	Internal flow domain mesh on walls and on a cutting plane through the middle of jet apertures.....	116
Figure 4.6	Local Nusselt number comparison.....	118
Figure 4.7	Curvilinear axis location on the leading edge for 2D analysis	119
Figure 4.8	Heat transfer coefficient along curvilinear axis for internal flow	120
Figure 4.9	Parametric surface from dual kriging method for $Re=40000$	123
Figure 4.10	RSM comparison.....	124
Figure 4.11	Methodology flow chart.....	124

Figure 4.12	Nugget effect on the RSM using 13 runs.....	125
Figure 4.13	Heat transfer effectiveness as a function of H' and α' , for $\dot{m}' = -1$ (3D).....	129
Figure 4.14	Heat transfer effectiveness as a function of \dot{m}' ($\alpha'=1, H'=1$)	129
Figure 4.15	RSM of the dual kriging of the wall heat flux for test case (1,0,1) using 540 points	130
Figure 4.16	RSM of the dual kriging of the wall heat flux for test case (1,0,1) using 270 points	130
Figure 4.17	Comparison of the wall heat flux contour for test case (1,0,1): a) CFX (43000 points), b) dual kriging (540 points), c) dual kriging (270 points)	131
Figure 4.18	Contours of the dual kriging of the optimal wall heat flux (60X70 points) .	132
Figure 4.19	RSM of the dual kriging of the optimal wall heat flux (60X70 points).....	132

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerian method
CAR	Canadian Aviation Regulations
CCD	Central Composite Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
CHT	Conjugate Heat Transfer
DACE	Design and Analysis of Computer Experiment
DoE	Design of Experiment
GCI	Grid Convergence Index
LHS	Latin Hypercube Design
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NIST	National Institute of Standards and Technology (U.S. Department of Commerce)
NTSB	National Transportation Safety Board
PdE	Plan d'expérience
POD	Proper Orthogonal Decomposition
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RBF	Radial Basis Function
RSM	Response surface Model
SQP	Sequential Quadratic Programming
SST	Shear Stress Transport

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

AOA	=	angle of attack (degrees)
C	=	constant of the polynomial
C_D	=	air droplet drag coefficient
C_w	=	specific heat at constant pressure for water ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
c	=	chord (m)
D	=	nozzle diameter for single round impinging jet (m)
d	=	nozzle diameter for anti-icing system (m)
Fr	=	Froude number
f	=	interpolation function
GCI	=	Grid Convergence Index
g	=	gravity ($m\ s^{-2}$)
H	=	wall spacing (m)
h	=	specific enthalpy ($J\ kg^{-1}$)
h	=	Euclidean distance
h_f	=	film thickness (m)
h_{tot}	=	total specific enthalpy ($J\ kg^{-1}$)
I	=	turbulent intensity
K	=	droplet inertia parameter
K	=	generalized covariance
k	=	turbulence kinetic energy ($m^2\ s^{-2}$)
k_f	=	fluid thermal conductivity ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)
k_s	=	solid conductivity ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)
LWC	=	liquid water content ($g\ m^{-3}$)
Ma	=	Mach number
MVD	=	median volumetric diameter (μm)
\dot{m}_{jet}	=	mass flow rate at jet inlet ($kg\ s^{-1}$)
Nu	=	local Nusselt number ($(q''_w\ d / ((T_w - T_{0,jet})\ k_f))$)

\overline{Nu}	=	average Nusselt number
n	=	number of runs or measurement points
Pr	=	Prandtl number ($\mu c_p/k_f$)
Pr_t	=	turbulent Prandtl number
p	=	pressure (Pa)
Q_s	=	conduction heat flux from the wall in the normal direction η (W m^{-2})
q''_w	=	wall heat flux (W m^{-2})
Re	=	jet Reynolds number ($\rho U d \mu^{-1}$)
Re_D	=	droplet Reynolds number
R_s	=	gas constant ($0.287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)
r	=	radius (m)
s	=	curvilinear distance (m)
T	=	temperature (K)
T_b	=	bulk temperature (K)
T_w	=	wall temperature (K)
$T_{0,air}$	=	free stream temperature (K)
$T_{0,jet}$	=	total temperature at jet inlet (K)
T_{jet}	=	temperature at jet inlet (K)
T^+	=	dimensionless temperature
t	=	time (s)
\mathbf{U}	=	mean velocity in RANS equations (m s^{-1})
u	=	fluctuating velocity in RANS equations (m s^{-1})
u_a	=	dimensionless air velocity
u_d	=	dimensionless droplet velocity over a small fluid element around the location x at time t
u_f	=	velocity of the water in the film (m s^{-1})
$\overline{u_f}$	=	mean velocity of the water in the film (m s^{-1})
V_{air}	=	free stream velocity (m s^{-1})
w	=	relaxation parameter

(x, y, z)	=	spatial coordinates (m)
(x', y', z')	=	dimensionless design variables
y^+	=	dimensionless distance from the first node to the wall
α	=	mean value of the dimensionless water volume fraction
β_i	=	coefficients of the polynomial
ν'_i	=	dimensionless design variables
Δy	=	distance from the wall
ε	=	relative error
λ	=	fluid thermal conductivity (W/m K)
μ	=	laminar dynamic viscosity ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
μ_t	=	turbulent viscosity ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
η	=	normal vector
ρ	=	density (kg m^{-3})
ρ_a	=	air density (kg m^{-3})
ρ_w	=	water density (kg m^{-3})
σ	=	variance error
τ	=	molecular stress tensor (Pa)
ω	=	specific dissipation (s^{-1})

INTRODUCTION

Plusieurs rapports montrent que le givrage demeure l'une des principales causes d'accidents d'avions. Ainsi, Steven, G (2006) a répertorié, dans une étude statistique basée sur des dizaines de milliers de rapports d'accidents aériens aux États Unies, qu'entre 1978 et 2008, il y a eu 645 accidents ou incidents aériens reliés directement au phénomène de givrage. Ce chiffre représente 30% du nombre total des accidents aériens. A titre illustratif, on peut également citer les accidents causés par le givre lors du décollage comme l'accident d'un avion léger (NTSB, 2012b) et un autre survenu à Lubbock, Texas (NTSB, 2009) où un avion de ligne de la compagnie *Empire Airlines* dont le pilote n'a pas pu maintenir l'altitude lors du décollage.

Le givre se forme sur un avion lorsque des gouttelettes d'eau sont captées par les parois de l'avion et que les températures sont sous le point de congélation. De ce fait les constructeurs sont tenus d'équiper leurs avions de systèmes de protection contre la formation de givre afin de permettre des vols sécuritaires dans des conditions givrantes. Ainsi les constructeurs ont l'obligation de démontrer que leurs appareils remplissent ces conditions de sécurité afin de pouvoir obtenir les certificats de vol par les agences de la sécurité aérienne (Règlementation canadienne CAR 701.25 (*Canadian Aviation Regulations, Aircraft Icing Operations*, July 04 2012)).

Les systèmes d'antigivrage fonctionnent de deux façons : humide et sèche. Dans la façon humide, la surface du bord d'attaque est chauffée à une température juste au-dessus du point de congélation, l'eau captée s'évapore partiellement, ruisselle en aval de l'endroit chauffé et gèle dans un endroit moins critique. Dans la façon sèche, les systèmes d'antigivrage fonctionnent de façon continue pendant les événements givrants et ne permettent pas l'accumulation de glace au bord d'attaque de l'aile. Dans ce cas, la surface du bord d'attaque est chauffée à des températures plus élevées, l'eau captée s'évapore entièrement dans la région protégée.

En empêchant les accumulations de givre dans les régions critiques de l'avion, les systèmes d'antigivrage évitent aux ailes d'avions de perdre leurs performances aérodynamiques. Alors, différents systèmes d'antigivrage peuvent être installés à l'intérieur de l'aile afin d'assurer la protection des ailes. Parmi ces systèmes, on trouve le système d'antigivrage à tube piccolo qui équipe souvent les avions à turboréacteurs. Ce dispositif d'antigivrage est constitué d'un tube piccolo qui fait circuler l'air chaud puisé des étages de compression des turboréacteurs. L'air chaud sera ensuite distribué à l'intérieur de l'aile le long de l'envergure près du bord d'attaque grâce à une série de buses percées dans ce tube.

0.1 Problématique

La Figure 0.1 est une section d'aile d'un avion muni du système d'antigivrage à air chaud. Pour notre analyse, le système d'antigivrage est représenté par le tube piccolo muni de trois rangées de jets (4) et le bord d'attaque de l'aile (3). La région d'écoulement externe peut être incluse dans l'analyse afin de connaître la quantité d'eau à évaporer. La modélisation de la région de ruissellement permet de calculer correctement l'écoulement externe et la quantité de glace qui se forme en dehors de la zone protégée.

À l'extérieur de l'aile, dans la zone d'écoulement externe, de l'air froid chargé de gouttelettes d'eau se déplace à une vitesse qui dépend de la vitesse de l'avion. Habituellement, seul le bord d'attaque de l'aile a besoin d'être protégé. En dehors de la zone protégée, l'eau qui n'est pas évaporée va ruisseler et se refroidir pour éventuellement geler. Dans la zone du tube piccolo et de l'écoulement interne, l'air chaud sort des trous à un nombre de Mach élevé et est dirigé vers la paroi afin de la chauffer. L'air chaud est évacué soit vers la zone d'écoulement externe soit vers l'intérieur de l'aile.

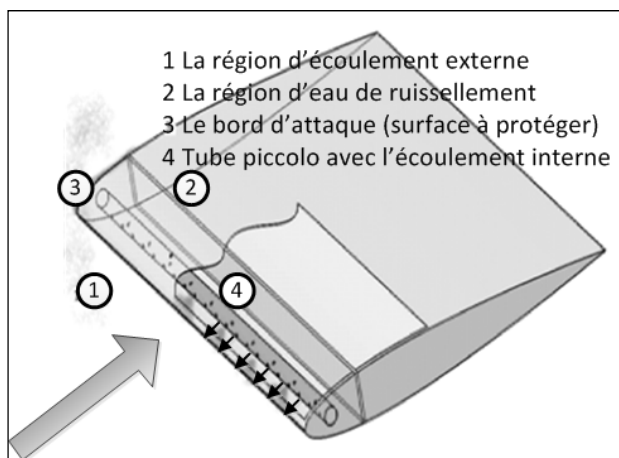


Figure 0.1 Système d'antigivrage à air chaud avec trois rangées de jets

Cependant, l'utilisation des systèmes d'antigivrage à tube piccolo a un impact négatif sur les performances d'un moteur. Par exemple, l'antigivrage des aubes d'hélicoptère de l'armée américaine (Richard M. Norris et Rumford, Nov. 8, 1988) augmente la consommation spécifique du carburant de 5 %, réduit la puissance du moteur de 10 % et accroît la température du moteur de 40 %. Ces valeurs excèdent les spécifications d'antigivrage de l'armée américaine. Pour ces raisons, la conception d'un système d'antigivrage doit éviter le surdimensionnement des moteurs pour compenser ces pertes.

Du point de vue de l'ingénierie, un bon design de système d'antigivrage est celui qui protège contre la formation de givre tout en consommant le moins d'énergie possible. Pour trouver le design optimal, l'ingénieur doit utiliser des outils de calculs empiriques, les calculs CFD et l'expérimentation.

Les systèmes de protection basés sur la circulation d'air chaud sont particulièrement difficiles à concevoir. Le problème d'antigivrage est complexe et multiphysique, car il nécessite de prendre en compte l'écoulement externe, de connaître la quantité d'eau captée par l'aile ainsi que la quantité de chaleur produite par le système de protection.

Deux approches peuvent être utilisées pour étudier les systèmes d'antigivrage avec chacune ses points forts et ses limites : expérimentale et numérique. En premier lieu, l'expérimentation à l'échelle réelle est très coûteuse et dangereuse du fait qu'elle nécessite le déploiement d'un avion pour voler dans des conditions givrantes d'où le risque d'écrasement. Les expériences à l'échelle réduite dans les tunnels ne peuvent pas reproduire fidèlement les conditions givrantes en plus d'être coûteuses du fait qu'elles devraient être menées dans un édifice muni d'équipements d'expérimentations. De plus, de tels espaces ne sont pas toujours disponibles. Par conséquent, l'outil numérique CFD s'impose comme une alternative mais avec un inconvénient important à savoir la nécessité de recourir à de grandes ressources de calculs pour solutionner le problème.

En second lieu, la solution numérique est tout de même très complexe, car il faut d'abord s'assurer de la bonne discrétisation des domaines de calcul (externe, solide et interne) et de leur assemblage. Ensuite, il faut résoudre itérativement l'écoulement interne dans le système d'antigivrage en même temps que l'écoulement externe autour de l'aile, la conduction thermique à travers la paroi du solide, la masse d'eau captée et l'accumulation de glace sur l'aile.

Dès lors, une solution de compromis peut être proposée à savoir une nouvelle procédure qui consiste en l'utilisation de calculs CFD qui reflètent le plus proche possible l'écoulement et le transfert de chaleur réels. Cette nouvelle procédure a un double avantage : la réduction du temps d'expérimentation requis et la diminution des coûts de procédure du fait qu'elle utilise une solution numérique qui représente assez fidèlement le système d'antigivrage et qui n'exige pas non plus de grand effort numérique.

En pratique, pour réduire le temps des calculs, ces derniers sont effectués seulement au niveau de certains points de l'espace de design. Par la suite, les résultats sont interpolés entre ces points à l'aide de métamodèles. Ces métamodèles relient la fonction objectif à atteindre aux variables de design. Ils servent en fait de moyen d'interpolation pour trouver le maximum ou le minimum de la fonction objectif à l'aide d'une méthode de Newton. Le

design optimal est celui dont les variables permettent de maximiser ou de minimiser la fonction objectif.

0.2 Objectifs

L'objectif de la thèse est de se proposer et d'appliquer une nouvelle méthodologie d'optimisation à un système d'antigivrage à air chaud pour aile d'avion. L'optimisation a pour objectif de maximiser la réponse ou la fonction objectif. La fonction objectif est l'efficacité de transfert thermique dans le cas du système d'antigivrage à air chaud de cette thèse. Au lieu d'utiliser un métamodèle de la fonction objectif construit par l'une des méthodes statistiques des surfaces de réponse -RSM- (par exemple, la méthode Box-Behnken), on propose une méthode numérique d'optimisation des métamodèles basée sur la méthode probabiliste de modélisation du krigeage dual.

La méthodologie d'optimisation fait appel à la construction des métamodèles par les méthodes de Box-Behnken et du krigeage dual. La base de données nécessaire à la construction des métamodèles est obtenue à l'aide de modèles haute-fidélité utilisés en CFD. La méthode Box-Behnken sert d'abord à la construction de la matrice de design et par la suite à la comparaison avec la méthode du krigeage dual.

Pour atteindre notre objectif, notre démarche s'articule sur trois démonstrations fondamentales sous formes de trois sous-objectifs et qui englobent les trois contributions scientifiques de cette thèse au sujet de la problématique de givrage.

- valider les codes numériques utilisés pour les calculs CFD dans un système d'antigivrage à air chaud et choisir le type de solution du transfert de chaleur conjugué (CHT), c.-à-d, avec ou sans présence de gouttelettes d'eau dans l'air externe (la première contribution scientifique);
- déterminer les paramètres de design critiques et appliquer la méthode Box-Behnken pour construire une matrice de design à trois paramètres;

- appliquer la méthodologie du krigeage dual pour construire le métamodèle du système antigivre (la deuxième contribution scientifique) et utiliser ce métamodèle dans une procédure d'optimisation afin d'interpoler le flux de chaleur correspondant au design optimal sans recourir à un calcul CFD supplémentaire (la troisième contribution scientifique).

0.3 Méthodologie

Les grandes lignes de la méthodologie adoptée pour optimiser un système d'antigivrage se résume comme suit :

- En premier lieu, on valide les codes numériques utilisés puis on applique le plan d'expérience (DoE) Box-Behnken pour générer les résultats des calculs CFD des efficacités de transfert thermique du système d'antigivrage; suivant le DoE,
- Ensuite, les résultats des efficacités de transfert thermiques en fonction des variables de design sont utilisés pour construire un modèle paramétrique par la méthode du krigeage dual. Une méthode d'optimisation est appliquée au modèle construit.
- Enfin, à partir du design optimal du système d'antigivrage le flux de chaleur optimal sur la surface du bord d'attaque est interpolé par la méthode du krigeage dual.

0.3.1 Validation des codes numériques

Le système d'antigivrage est étudié à l'aide de codes CFD commerciaux. Les codes ANSYS® CFX 12.1 (ANSYS®, 2009a) et le nouveau module CHT3D/CFX de FENSAPICE sont successivement validés. ANSYS® CFX 12.1 est utilisé pour la solution des écoulements et pour le calcul du transfert de chaleur conjugué-CHT- en mode sec sans présence de gouttelettes d'eau dans l'air externe. Le nouveau module CHT3D/CFX de FENSAPICE est utilisé pour la solution du transfert de chaleur conjugué -CHT- et de la quantité de givre. Le code commercial ANSYS®ICEM CFD (ANSYS®, 2007) est utilisé pour réaliser les géométries et les maillages nécessaires selon la matrice de design du plan d'expérience. Les résultats du transfert de chaleur conjugué dans un système d'antigivrage obtenus avec les

deux codes, c.-à-d, en mode sec et en mode humide seront d'abord comparés. La comparaison de ces deux modes montre que pour les conditions givrantes spécifiques étudiées, on peut utiliser seulement le mode sec pour étudier un système d'antigivrage. Ce constat constitue la première contribution scientifique de cette étude.

Pour résoudre les écoulements, le code commercial ANSYS® CFX 12.1 solutionne les équations de Reynolds moyennées (RANS) avec le modèle de turbulence $k - \omega$ SST de Menter (1994). Le nouveau module de FENSAPICE, CHT3D/CFX, est un couplage des deux codes commerciaux ANSYS® CFX 12.1 et FENSAPICE. CHT3D/CFX fait appel aux trois modules de FENSAPICE : C3D, DROP3D et ICE3D et aussi à ANSYS® CFX 12.1. C3D résout l'équation d'énergie seulement dans le solide. DROP3D calcule les trajectoires des gouttelettes d'eau et la quantité d'eau captée alors que ICE3D calcule la quantité de givre accumulée et le film de ruissèlement.

Les codes numériques utilisés ANSYS® CFX 12.1 et CHT3D/CFX sont validés avec une géométrie simple en 2D définie par Miwa, Asako et al. (2009) et avec une géométrie 3D complexe d'un système d'antigivrage définie par Wright (2004). Les résultats du code ANSYS® CFX 12.1 sont aussi validés pour le cas d'un jet impactant sur une plaque plane.

0.3.2 Plan d'expériences

La construction d'un métamodèle nécessite un plan d'expérience pour déterminer la matrice de design et les valeurs des paramètres d'entrée des expériences numériques qui seront nécessaires. Le plan d'expérience choisi pour notre cas est celui de Box-Behnken qui s'applique aux problèmes avec trois variables de design ou plus. Son avantage principal, à comparer aux autres plans par exemple les composites centrés (CCD) (NIST, 2010), est qu'il nécessite moins d'expériences pour construire un métamodèle d'ordre deux. Selon ce plan d'expérience, chaque variable du design prend une valeur maximale, une valeur minimale et une valeur intermédiaire. La matrice de design à suivre pour faire les simulations numériques en fonction de la combinaison des valeurs des variables de design est construite

grâce à ce plan et elle contient 13 simulations numériques. Une géométrie de base est d'abord déterminée et à partir de laquelle le plan d'expérience va permettre de définir les autres géométries nécessaires à la réalisation des simulations numériques.

Pour valider la procédure de modélisation, une géométrie 2D est choisie. La Figure 0.2 montre cette géométrie d'un jet rond non confiné incident sur une plaque plane circulaire d'après l'étude de Zuckerman et Lior (2006). Les trois variables de design sont le nombre de Reynolds Re , le rapport de la distance H par le diamètre D du jet et enfin le nombre de Mach Ma . Le nombre Nusselt moyen sur la surface, Nu_{avg} , est la fonction objectif.

La deuxième géométrie choisie est celle d'un système à tube piccolo utilisé dans Wright (2004). Les trois variables de design choisies sont α l'inclinaison du jet par rapport à l'horizontal, H la distance horizontale du tube piccolo par rapport à la paroi interne de l'aile et \dot{m} le débit massique à l'entrée de chaque jet tel que montré à la Figure 0.3. Les autres variables tels que la distance entre les centres des jets et le diamètre de l'entrée du jet sont maintenus constants. Les géométries de l'écoulement externe et des parois solides restent inchangées. Par contre, neuf configurations de la géométrie de l'écoulement interne sont nécessaires selon la matrice de design. L'efficacité de transfert thermique du système d'antigivrage ainsi que la distribution du flux de chaleur sur la paroi sont les fonctions objectifs.

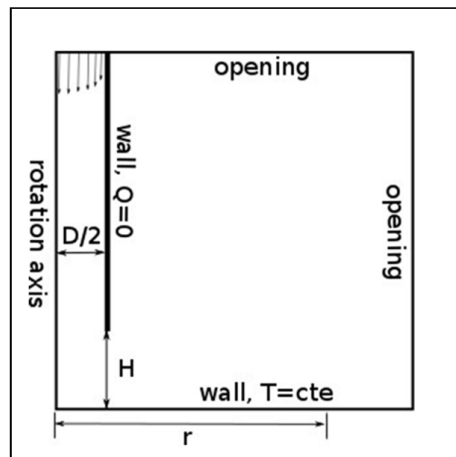


Figure 0.2 Schéma du domaine de calcul pour le jet rond

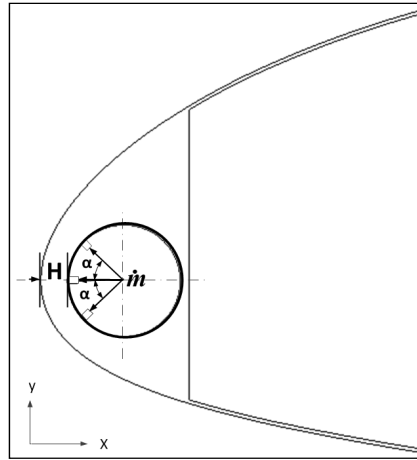


Figure 0.3 Variables géométriques du système d'antigivrage à air chaud avec trois rangées de jets

0.3.3 Modélisation

Les bases de données sont construites en résolvant l'écoulement et le transfert de chaleur à l'aide d'ANSYS® CFX 12.1 selon le plan d'expérience. Un métamodèle, le modèle paramétrique, sert par la suite à relier les paramètres de design à la fonction objectif.

Dans le cas d'un jet impactant sur une plaque plane, la fonction objectif est le nombre de Nusselt moyen. Dans le cas du système antigivrage, l'équation (0.1) définit la fonction objectif calculée pour les 13 simulations numériques. Cette fonction est l'efficacité de transfert thermique définie comme le ratio de la dissipation du flux de chaleur moyenné sur le bord d'attaque ($\overline{q''_{w,area}}$) et de la sommation des flux de chaleur fournis moyennés sur les surfaces des entrées des jets ($\sum \overline{q_{in,area}}$):

$$f_{obj}(\alpha, H, \dot{m}) = \eta = \frac{\overline{q''_{w,area}}}{\sum \overline{q_{in,area}}} \quad (0.1)$$

Avec α , H et \dot{m} , les trois variables de design du système d'antigivrage à tube piccolo.

On représente d'abord la fonction objectif par un métamodèle de deuxième ordre obtenue directement par la méthode du Box-Behnken. Un modèle d'ordre deux est choisi, car il couvre mieux l'espace de design qu'un modèle linéaire. Le modèle paramétrique obtenu va servir de référence pour la comparaison avec le modèle qu'on obtient par la méthode du krigeage dual. Le modèle obtenu par krigeage dual sera une fonction non linéaire composée d'une fonction moyenne (dérive) et d'une fluctuation (covariance). La fonction moyenne du modèle krigé peut prendre plusieurs formes dont, entre autres, la forme quadratique. Donc, le modèle krigé qu'on obtient aura la même forme que le modèle paramétrique d'ordre deux mais augmenté d'une fluctuation. Cette fluctuation est l'une des caractéristiques importantes des modèles obtenues par krigeage dual. L'application du krigeage dual permet d'obtenir le premier métamodèle intelligent d'un système d'antigivrage à tube piccolo qui peut se mettre à jour, ce qui constitue la deuxième contribution scientifique de cette étude.

Dans le cas du jet impactant une paroi, l'erreur numérique est introduite dans les calculs pour lisser légèrement le modèle. Pour ce cas test, le métamodèle krigé est comparé au modèle paramétrique du plan de Box-Behnken et aussi à un modèle empirique. Pour le cas test du système d'antigivrage, le modèle krigé est seulement comparé au modèle du plan de Box-Behnken vu qu'il n'y a pas de modèle empirique existant dans la littérature. Pour explorer davantage les possibilités de la méthode du krigeage dual, la capacité de modéliser la distribution du flux de chaleur local à partir de leurs valeurs obtenues dans ANSYS® CFX 12.1 en fonction des coordonnées spatiales est d'abord démontrée. Ensuite, la distribution du flux de chaleur correspondante au design optimal est interpolée sans recourir à d'autres simulations numériques.

0.3.4 Optimisation

L'optimisation est appliquée au métamodèle du système. Puisque la fonction objectif est quadratique, elle est donc continue et deux fois dérivable. La méthode d'optimisation du gradient de Quasi-Newton SQP de MATLAB® (2010b) peut lui être appliquée. L'optimisation du système d'antigivrage consiste à maximiser l'efficacité de transfert

thermique du système antigivre. On résume notre problème d'optimisation en fonction des variables adimensionnelles α', H', \dot{m}' :

$$\text{maximiser : } f_{obj}(\alpha', H', \dot{m}') = \eta = \frac{\overline{q''_{w,area}}}{\sum q_{in,area}} \quad (0.2)$$

Tel que:

$$\begin{aligned} -1 &\leq \alpha' \leq +1 \\ -1 &\leq H' \leq +1 \\ -1 &\leq \dot{m}' \leq +1 \end{aligned} \quad (0.3)$$

Les paramètres de design optimal obtenus sont utilisés pour de nouveaux calculs CFD. La base de données est mise à jour en conséquence et un nouveau méta modèle est obtenu par krigeage dual. L'optimisation du modèle krigé et la mise à jour se poursuivent jusqu'à atteindre la convergence du processus, soit lorsque les paramètres de design optimal ne changent plus. À partir des paramètres du design optimal, le flux de chaleur optimal sur le bord d'attaque peut être alors interpolé sans recourir à un calcul CFD supplémentaire. Cette démonstration constitue la troisième contribution scientifique de cette étude.

Cette méthodologie qu'on propose est résumée dans la charte suivante de la Figure 0.4. Les flèches indiquent le sens des étapes de cette procédure. Les lignes continues représentent les étapes réalisées dans cette étude, par contre les lignes discontinues représentent les travaux futurs à réaliser.

Le travail s'effectue en premier par la validation du code et en même temps par le choix du type de la solution CHT en mode sec ou humide (spécifique pour le cas du système d'antigivrage) suivie d'une série d'applications :

- Le plan d'expérience Box-Behnken est appliqué afin de générer les résultats de l'efficacité thermique dans ANSYS® CFX 12.1 pour chaque combinaison des variables de design.
- À partir de ces données, on applique la méthode du krigeage dual pour construire un métamodèle de l'efficacité thermique en fonction des variables de design H , α et \dot{m} .
- Ensuite, on applique l'optimisation sur ce métamodèle pour trouver le design optimal et on vérifie le design optimal par un calcul CFD. La mise à jour du métamodèle se fait donc en ajoutant le nouveau résultat obtenu par CFD.
- En dernière étape, on applique une deuxième fois l'optimisation. Deux possibilités peuvent en découler : si l'on n'obtient pas le même design, on refait alors le calcul CFD avec le nouveau design et on répète cette étape jusqu'à avoir le même design, sinon on arrête alors le processus d'optimisation. À partir du design optimal, on applique la méthode du krigeage dual pour interpoler le flux de chaleur optimale sans faire de calcul CFD.

Les étapes qui suivent seront réalisées dans des travaux futurs comme recommandations de notre étude. On teste le flux de chaleur optimal dans un code de simulation de givrage: si l'on n'obtient pas d'accumulation de givre, le design obtenu est alors le design optimal final sinon on élargit l'espace de design et on refait le calcul CFD. On répète ce processus jusqu'au moment où il n'y aura plus d'accumulation de givre.

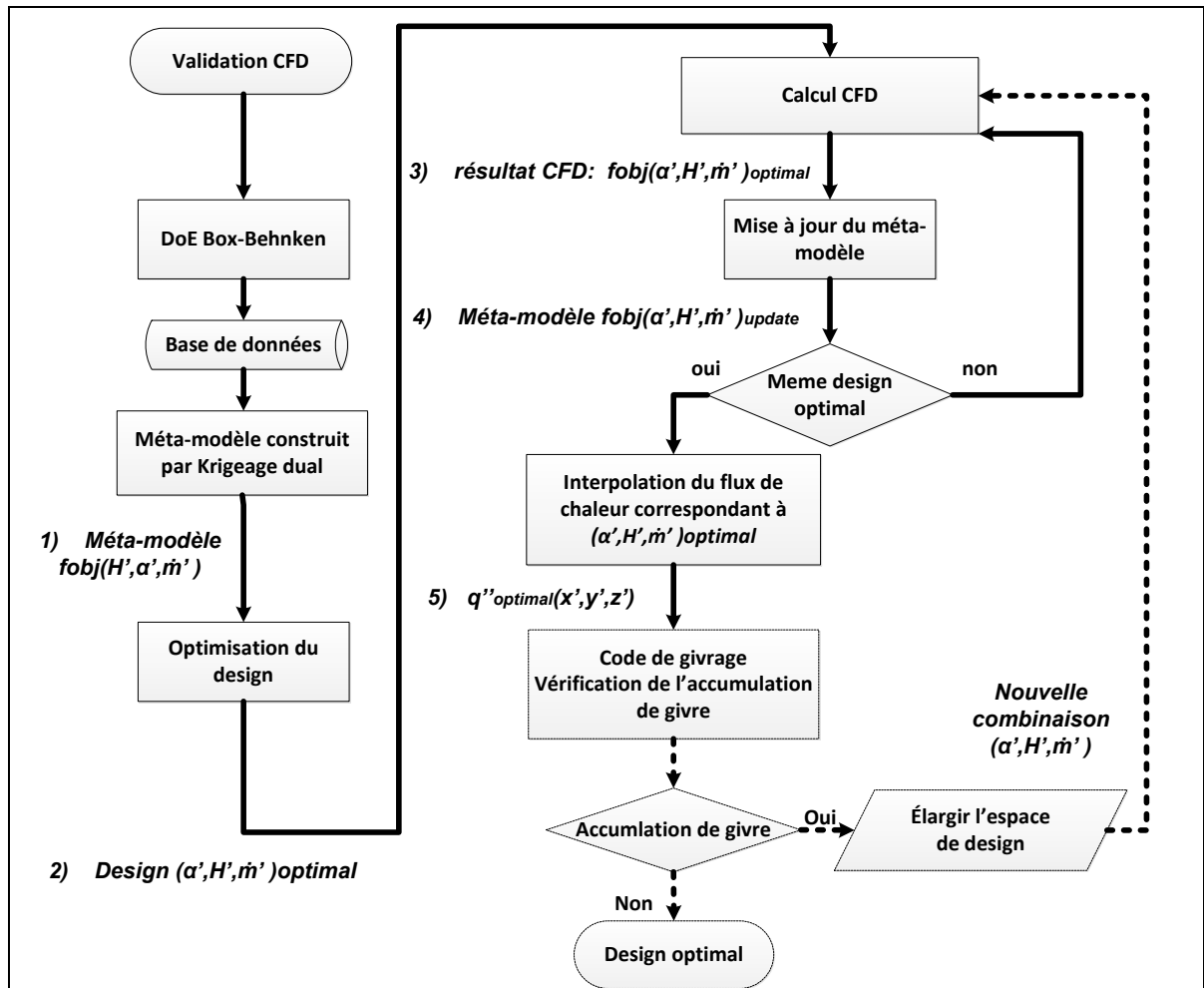


Figure 0.4 Charte de la méthodologie

0.4 Contenu de la thèse

Le premier chapitre est consacré à la revue de la littérature pour justifier notre choix pour l'application de la méthode du krigeage dual dans le processus d'optimisation d'un système d'antigivrage à air chaud. Le deuxième chapitre présente le premier article soumis au *Journal of Aircraft*. Il est consacré à la validation des codes de CFD utilisés dans cette étude. Le troisième chapitre représente le deuxième article soumis au journal *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*. Cet article sert à valider la méthodologie de modélisation selon le plan d'expérience de Box-Behnken. Le troisième article qui est contenu dans le quatrième chapitre résume la méthodologie d'optimisation d'un système

d'antigivrage en se basant cette fois-ci sur la méthode du krigeage dual. Un aperçu de la théorie du krigeage dual et des résultats de cette méthodologie y sont présentés. Cet article est soumis au journal *Engineering Application of Computational Fluid Mechanics*. Enfin, on clôture cette étude par une conclusion générale.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Pour situer cette thématique de recherche par rapport à la littérature, une revue critique de littérature est présentée dans ce chapitre où les notions et les outils utilisés pour résoudre la problématique sont mis en contexte. Tel que déjà mentionné dans la problématique, un système d'antigivrage à air chaud est un problème complexe et multiphysique. En utilisant la modélisation par l'outil CFD, l'optimisation de l'efficacité de transfert thermique des systèmes d'antigivrage permet de réduire le recours à l'expérimentation qui est très coûteuse et difficile à réaliser. Pour mener cette étude, on se propose de présenter les systèmes de protection contre la formation de givre en même temps que les codes CFD pouvant être utilisés pour l'étude de ces systèmes. Une fois que le type de système de protection contre le givrage a été choisi, on procède à la définition de sa géométrie pour l'étude et la validation des codes CFD. Ensuite, on passe en revue les méthodes classiques pour construire un métamodèle à partir d'une matrice de design et ainsi situer la méthode du krigeage par rapport aux autres méthodes. Le plan d'expérience pour construire la matrice de design y est présenté. Par après, les paramètres de design du système d'antigivrage sont sélectionnés en se basant sur des études précédentes. Les avantages de la technique de modélisation choisie sont mis en évidence par des exemples d'application du krigeage et du krigeage dual à des problèmes d'optimisation. En conclusion l'originalité de cette étude est mise en exergue à travers l'analyse de cette revue de la littérature.

1.1 Les systèmes de protection contre le givre

La communauté scientifique a commencé à s'intéresser aux phénomènes du givrage aéronautique vers la fin de la Deuxième Guerre mondiale. Les différents types de systèmes de protection contre le givre utilisés aujourd'hui datent de cette époque. Tous les systèmes d'antigivrage et de dégivrage ainsi que les systèmes utilisant des jets de liquide antigel à la surface extérieure de la zone à protéger sont répertoriés dans l'article de Thomas et al.(1996). Les systèmes de dégivrage tolèrent l'accumulation d'une certaine quantité de glace. Les

systèmes de dégivrage, tels que ceux à impulsion électrique ou pneumatique (Kind, 1998), utilisent la déformation et le déplacement pour éviter la formation et l'accumulation de la glace, ils peuvent aussi utiliser la chaleur en activant de façon cyclique des résistances électriques. De leur côté, les systèmes d'antigivrage ne tolèrent pas l'accumulation de glace. Les systèmes d'antigivrage utilisent la chaleur pour éviter la formation de la glace. La chaleur provient soit des plaques chauffantes électriques, soit de l'air chaud circulant à l'intérieur de l'aile (Brown et al., 2002). L'approche CFD s'avère comme l'une des méthodes les plus préconisées pour l'étude de ce genre de systèmes de protection.

1.2 Les codes CFD

Le développement de la CFD et des ordinateurs au début des années 80 a permis la résolution numérique des équations de Navier-Stokes et l'apparition du premier code de prédiction de givrage en 2D, nommé LEWICE, en 1983 (Cebeci et Kafyeke, 2003). Cependant, ce code de givrage était basé sur la solution d'un écoulement potentiel, des équations de couche limite et des simplifications des équations de Navier-Stokes. Le progrès des outils informatiques, que la science ne cesse de connaître, a permis l'apparition d'autres codes de givrage plus élaborés. Ainsi durant les années 90 la NASA a amélioré le code de simulation numérique LEWICE (1990). En outre, le groupe de la chaire J-A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal (Tran et al., 1995) a mis au point CANICE avec comme but de calculer l'accumulation de glace sur un profil bidimensionnel. Enfin, la dernière décennie a vu l'apparition de FENSAP-ICE® qui est le premier code à avoir utilisé la CFD pour solutionner entièrement le problème de givrage (Bourgault et al., 1999).

En effet, la compagnie montréalaise Numerical Technologie Int (NTI) a développé un code CFD appelé FENSAP-ICE® qui sert à simuler la formation du givre. Il est composé de plusieurs modules tel que FENSAP, DROP3D, CHT3D, C3D et ICE3D. Celui-ci fait partie des codes CFD qu'on a utilisés dans cette étude. En 2010, le module de transfert de chaleur conjugué CHT3D de FENSAP-ICE® est couplé avec ANSYS® CFX 12.1 (Morency et Hannat, 2012). Le nouveau module obtenu s'appelle CHT3D/CFX. En partenariat avec

cette compagnie, le module CHT3D/CFX a été testé et utilisé pour la première fois dans le cadre de cette thèse. FENSAP-ICE[®] a vu des améliorations au cours des années précédentes et son évolution sera présentée dans les paragraphes qui suivent.

En 1999, le module DROP3D permettant de calculer la quantité d'eau captée sur les composants de l'avion est proposé. Il est basé sur un modèle Eulerien pour l'écoulement des gouttelettes d'eau dans l'air au lieu du modèle lagrangien classique (Bourgault et al., 1999). En 2000, un modèle thermodynamique (Shallow-Water Icing Model ou SWIM) est implémenté dans le nouveau module ICE3D pour le calcul de l'accumulation de glace sur des surfaces tridimensionnelles en tenant compte de l'effet de ruissèlement d'eau (Bourgault, Beaugendre et Habashi, 2000). Le modèle SWIM convertit le modèle classique de [Messinger (Beaugendre, Morency et Habashi, 2006), (Messinger, 1953)], basé sur la méthode des volumes de contrôles, en un système d'équations différentielles de conservation de masse et d'énergie. En 2003, le module FENSAP qui résout les équations de Navier-Stokes a été modifié pour tenir compte l'effet de la rugosité dans le modèle Spalart–Allmaras (S–A)(Beaugendre et al., 2003) permettant ainsi d'améliorer les calculs de l'accroissement de la glace. Entre temps, un modèle prédictif de l'évolution de la rugosité à la fois dans l'espace et le temps lors du givrage en vol est développé ainsi qu'une nouvelle méthode de viscosité artificielle (ISOD) basée sur la diffusion le long des surfaces des isovaleurs (Remaki, Beaugendre et Habashi, 2003) dans le but d'éviter les oscillations numériques dans la solution de l'écoulement de l'air. Une année plus tard (2004), en recourant à FENSAP-ICE[®], une simulation de givrage tridimensionnelle a été réalisée pour la première fois sur un rotor d'hélicoptère (Habashi et al., 2004). Et afin, d'améliorer le calcul de l'accumulation de glace due aux larges gouttelettes en surfusion, DROP3D a été développé (en 2006) en y intégrant, d'une part, un modèle considérant l'éclaboussure et le rebond de la gouttelette d'eau, et en mettant en place d'autre part l'implémentation d'un modèle Eulerien d'interaction mur-gouttelettes (Honsek, Habashi et Aube, 2008).

1.3 Études des systèmes à air chaud

Cette section de la revue a pour objectif d'aider au choix du type de la géométrie du système d'antigivrage et des variables de design les plus influentes.

Les études complètes de systèmes d'antigivrage à air chaud ne sont pas fréquentes dans la littérature. Par contre, plusieurs études avec des approches différentes et variées ont été menées pour mieux aider dans le design des systèmes d'antigivrage. Cette section fera ressortir les études les plus pertinentes sur ce sujet. Certaines études ne fournissent pas de détails sur la géométrie utilisée ou elles utilisent des géométries simplifiées, c.-à-d, des profils d'ailes 2-D ou de forme circulaire. D'autres études se basent sur des corrélations pour calculer le flux de chaleur au lieu de simuler l'écoulement d'air chaud dans les systèmes d'antigivrage. Certaines autres se rapportent à la sensibilité des variables de design mais ne modélisent pas le design en fonction de ces variables. Les paragraphes suivants donnent un aperçu de l'ensemble de ces études.

En 1998, Croce et al. (1998) ont eu recours à la CFD pour étudier le transfert de chaleur à la paroi interne des becs du bord d'attaque. Ils sont partis du postulat que l'écoulement interne se compose d'une seule rangée de jets incidents avec des trous de décharge sur le côté inférieur du bec. À l'aide d'un code de CFD, ils ont étudié les effets de plusieurs conditions aux limites sur la distribution de la température du métal. Leur étude a permis de démontrer que les températures de surface du tube piccolo contribuent de manière significative au transfert de chaleur mais les dimensions géométriques ne sont pas données.

De leur part, Brown et al.(2002) ont utilisé des expériences bidimensionnelles afin de proposer une corrélation pour le transfert de chaleur d'un système d'antigivrage à tube piccolo d'une nacelle d'avion. Le système est constitué d'un tube piccolo muni de rangées de jet qui peut être tourné grâce à un dispositif hydraulique. Le nombre de Nusselt moyen est corrélé au diamètre du jet et au taux du débit massique par unité de surface du jet incident.

Le profil aérodynamique et les dimensions géométriques de la nacelle ne sont pas également fournis.

De son côté, Wright (2004) a évalué l'applicabilité des corrélations ajoutées au code LEWICE pour simuler le transfert de chaleur à partir d'un système d'antigivrage à tube piccolo. Pour cela, il a choisi des conditions de température externes chaudes et froides en conservant le même débit massique dans le tube piccolo. Dans ses simulations, le modèle numérique utilise un profil aérodynamique semblable au profil d'aile NACA 23014. Le tube piccolo utilisé est muni de trois rangées de jets. Les rangées inclinées font un angle de 45° par rapport à l'horizontale. L'écoulement est confiné à l'intérieur de l'aile grâce à une chemise thermique. L'air en surplus est évacué à travers deux passages étroits créés entre les parois supérieures et inférieures du bord d'attaque et la chemise thermique. Tout le système d'antigivrage est incliné de 8° par rapport au fuselage de l'avion. Les résultats numériques obtenus avec trois rangées de jets ronds sont comparés avec les données expérimentales. Le résultat est que les températures de surface obtenues par les corrélations sont surestimées et, par conséquent, les formes de glace résultantes calculées sont différentes des formes expérimentales.

Des expériences dans un tunnel de givrage ont été réalisées par Papadakis et al. (2006). Dans leur étude paramétrique, ils ont démontré l'effet de la conception du tube piccolo, de la géométrie conique ou droite du diffuseur à l'entrée du jet, de la température du jet et du débit massique du jet sur les performances d'un système antigivre. Ils sont arrivés à la conclusion que les températures à la paroi des ailes dépendent de la température, du débit massique du jet et aussi des paramètres géométriques du système d'antigivrage tels que l'inclinaison des jets par rapport à l'horizontale.

Pour valider leur nouvelle formulation et simuler l'accumulation de glace en présence d'un système d'antigivrage, Carlos et al. (2007) ont utilisé le coefficient de transfert de chaleur obtenu à partir de l'étude de Wright (2004), c.-à-d., la corrélation de Goldstein et constatent que leurs résultats corroborent ceux établis par cette dernière.

De leur part, Saeed (2008) et Fregeau et al. (2009) ont eu recours à un code commercial CFD pour construire un modèle paramétrique du nombre de Nusselt dans un système d'antigivrage à tube piccolo. La surface à protéger n'est pas un profil aérodynamique mais plutôt une surface circulaire. Un modèle de turbulence à une équation est utilisé pour calculer le transfert de chaleur à la paroi. Dans la première étude, Saeed. (2008) a expérimenté différentes inclinaisons des jets. Les configurations de ces jets utilisées sont à une seule rangée et à trois rangées dont deux sont inclinées par rapport à l'horizontale. L'espace entre deux jets est plus grand par rapport à la configuration d'une rangée. L'étude a révélé qu'une rangée de jets horizontale et un ensemble de rangées de jets inclinés de 20 degrés donnent un meilleur transfert de chaleur en surface qu'une rangée de jets inclinés de 10 degrés. Dans la deuxième étude, Fregeau et al.(2009) ont établi une corrélation du nombre de Nusselt moyen et maximal en fonction de la distance entre la buse du jet et la surface d'impact du jet, le débit massique du jet et l'espacement des jets sur le tube piccolo. La corrélation du nombre de Nusselt moyen dépend fortement de la distance entre la buse du jet et la surface. Il est à noter que le tube piccolo utilisé est à une seule rangée de jets avec des diamètres constants. En outre, le nombre de Nusselt maximal se produit au point de stagnation du jet et dépend principalement du débit massique du jet et que l'espacement des jets sur le tube piccolo est négligeable.

De son côté, Morency et al. (2010), ont étudié le transfert de chaleur dans un système d'antigivrage pour trois nombres de Reynolds en utilisant un code commercial et le modèle de turbulence $k-\omega$ SST. La géométrie du cas test, tout comme celle utilisée pour Fregeau et al. (2009) et Saeed (2008), est représentative d'un bord d'attaque d'une aile de forme circulaire.

En 2010, Papadakis et al. (2010) ont généré une base de données expérimentale pour valider les outils de simulation utilisés afin de concevoir et analyser des systèmes d'antigivrages thermiques dans une aile droite d'un avion commercial dont le profil aérodynamique et les dimensions géométriques ne sont pas fournis. Les tests ont permis de simuler les conditions de décollage et d'atterrissage. La matrice de design combine deux configurations de tubes

piccolo, un intervalle de débits massique et des températures à sec et humides pour les conditions d'écoulement externe. Les résultats expérimentaux ont démontré une augmentation de la taille de la forme de la glace et un déplacement du front de glace vers l'amont dès que la chaleur fournie au système est réduite.

Afin de concevoir et optimiser un système d'antigivrage à air chaud bidimensionnel, Domingos et al. (2010) ont calculé la température du bord d'attaque et l'emplacement de la glace dans la zone de ruissèlement. En combinant les données provenant d'un code commercial CFD pour l'écoulement externe et celles d'une corrélation du transfert de chaleur pour l'écoulement interne, ils sont arrivés au constat que les résultats numériques corroborent les données expérimentales de givrage dans une soufflerie. Comme fut le cas pour l'étude de Papadakis et al.(2010), la géométrie est représentative d'un système d'antigivrages à tube piccolo dans une aile d'avion commercial excepté que le profil aérodynamique n'est pas mentionné.

De son côté, Pellissier et al. (2011) ont présenté une méthode pour l'optimisation d'un système d'antigivrage à air chaud avec une seule fonction objectif basée sur trois paramètres géométriques: la position horizontale et verticale du tube piccolo, les angles d'inclinaison des jets et l'espacement entre les jets. Et afin de prédire la distribution de la température à la paroi de la nacelle d'un réacteur d'avion dans des conditions givrantes, Wei et al. (2012) ont utilisé la CFD et une corrélation pour estimer le coefficient de transfert de chaleur externe. Le système d'antigivrage utilise de l'huile chaude plutôt que de l'air chaud. Les différences des températures avec ou sans gouttelettes en surfusion sont mesurées expérimentalement à la surface de la nacelle. En conclusion, la température moyenne à la surface fut acceptable comparativement aux données expérimentales,

De leur part et afin de contribuer à la conception, Pourbagian et al. (2012) ont étudié les paramètres externes dans des conditions givrantes pendant le vol et leurs impacts sur les besoins en énergie dans des systèmes de protection contre le givre. La géométrie du système

d'antigivrage n'est pas fournie, car ils imposent le flux de chaleur provenant du système d'antigivrage à la paroi.

En conclusion, pour valider le nouveau module permettant le calcul du transfert de chaleur conjugué, CHT3D/CFX, une géométrie réelle 3-D d'une aile d'avion munie d'un système d'antigivrage à tube piccolo est choisie dans la littérature. Néanmoins, la seule étude qui suscite notre intérêt est celle de Wright (2004), car elle a l'avantage de non seulement de fournir des résultats numériques d'un autre code mais aussi des données expérimentales de la NASA ce qui permet de valider le nouveau module CHT3D/CFX par comparaison. Cependant, le transfert de chaleur dans le système d'antigivrage sera résolu au lieu d'appliquer une corrélation.

En passant en revue ces différentes études sur le sujet, il s'avère que les paramètres les plus influents que nous avons identifiés sont l'inclinaison du jet, la distance de la buse du jet par rapport à la paroi interne de l'aile et le débit massique du jet. Dès lors pour notre présente étude, notre démarche part de l'identification des variables de design identifiées, puis un plan d'expérience est appliqué pour réaliser les simulations numériques nécessaires à la construction de la base de données et ceci afin de pouvoir construire un métamodèle qui relie ces variables de design à la fonction objectif qu'on veut modéliser.

1.4 Plan d'expérience

Afin de construire le métamodèle de la fonction objectif, ici, l'efficacité de transfert thermique d'un système d'antigivrage, il faut mener des simulations numériques suivant un PdE. Le PdE est un plan de route à suivre pour mener des expériences afin de construire un modèle paramétrique basé sur la méthode du krigeage. En fait, un PdE sert à couvrir l'espace de design avec le moins d'expériences possible. D'abord, les PdE étaient utilisés pour réaliser des expériences sur des phénomènes physiques comme en biologie ou en agriculture. Ils servent à étudier la sensibilité des variables de design, leurs interactions et aussi à

améliorer les procédés de production. Il existe plusieurs types de PdE physiques mais pour les expériences numériques il n'y en a pas un qui soit spécifique.

Le PdE Box-Behnken est souvent utilisé (Ferreira et al., 2007). Alors, pour appliquer un PdE dans cette étude, le PdE Box-Behnken est choisi parmi plusieurs PdE physiques comme étant adéquat pour le moment du fait qu'il couvre mieux l'espace de design en plus d'exiger moins de simulations. Avec un exemple de 03 variables, ce plan requiert 15 simulations au lieu de 20 comparé au PdE composite centré (CCD) (NIST, 2010). Le choix de trois variables de design permet d'avoir un modèle paramétrique quadratique.

Le PdE Box-Behnken est alors choisi et appliqué pour réaliser les simulations numériques nécessaires à la construction de la base de données et pouvoir construire un métamodèle de la fonction objectif par l'une des techniques de modélisation.

1.5 Techniques de modélisation

La modélisation de l'efficacité de transfert thermique du système d'antigivrage à air chaud en fonction des variables de design constitue le point angulaire de la thèse. Dès lors, la revue de littérature de cette section sera centrée sur les études en rapport avec les techniques de modélisation et, en particulier, la modélisation basée sur le krigeage.

La solution d'un écoulement de fluide peut se faire numériquement avec des codes CFD considérés comme étant des boîtes noires, c.-à-d, que les codes sources ne sont pas disponibles, ou bien expérimentalement en observant le phénomène physique en laboratoire. La modélisation est alors une approximation d'un phénomène où les paramètres indéterminés (les coefficients du modèle) sont calculés par l'approche des boîtes noires basée sur la théorie des statistiques (Keane et Nair, 2005) suivant un plan d'expérience. Dans le cadre de l'optimisation, la modélisation devient utile lorsque l'évaluation de la fonction objectif prend plusieurs heures. La modélisation cherche alors à construire un métamodèle de la fonction objectif dont les valeurs vont dépendre de plusieurs variables de design. La modélisation

utilise un petit nombre d'évaluations de la fonction objectif pour construire une base de données selon le plan d'expérience.

Il existe plusieurs approches pour construire des métamodèles. Les plus populaires et les plus utilisées sont :

- la régression linéaire ou méthodes RSM,
- les fonctions à base radiale,
- l'approximation par réseaux des neurones,
- le krigeage et le krigeage dual.

Toutes ces méthodes résolvent un système d'équations linéaires pour calculer le vecteur des coefficients constants de leurs métamodèles correspondants. Chaque métamodèle est fonction d'une fonction de base qui diffère dans sa formulation d'une méthode à une autre.

1.5.1 Méthode RSM

La méthode de surface de réponse (RSM) est la méthode classique qui permet d'avoir un modèle pour lequel la forme de la fonction approximée est polynomiale (Venter et al.(1999).

La fonction approximée polynomiale est de forme $\hat{y} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x)$ où ϕ est la fonction de base fixe de forme x^n et α les coefficients indéterminés.

1.5.2 Fonction à base radiale (RBF)

La fonction à base radiale (Radial Basis Function (RBF)) est utilisée lorsqu'on a plusieurs variables de designs. La fonction est mesurée sur plusieurs points de mesures éparpillés dans l'espace de design (Buhman, 2003). La valeur de la fonction mesurée est représentée par y .

La fonction approximée \hat{y} à base radiale est de la forme $\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i K(\|x - x^{(i)}\|)$ (Keane et Nair, 2005) alors que la fonction de base est la fonction norme $\|x - x^{(i)}\|$ où les $x^{(i)}$ sont les coordonnées de la fonction mesurée. $x^{(i)}$ devient le centre de la fonction de base pour le cas

particulier de la fonction cercle où la norme est le rayon r . K est la matrice de Gram et peut être une spline linéaire de forme $\|x - x^{(i)}\|$, une spline cubique ($\|x - x^{(i)}\|^3$), une fonction gaussienne ou une fonction multi quadratique. Le métamodèle est déterminé par le calcul du vecteur des coefficients α à partir de la fonction algébrique linéaire $K\alpha = y$. L'erreur est calculée pour estimer la qualité de l'approximation par la comparaison avec la fonction mesurée. On note enfin que la RBF commence à être utilisée dans plusieurs domaines comme celui de l'imagerie médicale et sous-marine.

1.5.3 Réseaux de neurones

L'approximation par réseaux de neurones (Neural Network) est une méthode de calcul dont la conception est très schématiquement inspirée du fonctionnement des neurones biologiques (humaines ou non). La fonction approximée est une fonction non linéaire des variables de design du modèle. La fonction approximée est de la forme : $\hat{y} = \sum_{i=1}^m \alpha_i \phi \left(\sum_{j=1}^p (w_{ij} x_j + \beta_j) \right)$.

Les paramètres indéterminés sont α , w et β . La fonction de base est de forme linéaire, $w_{ij} x_j + \beta_j$. Cependant, cette méthode utilise une fonction de transfert non linéaire $\phi(x)$ qui peut être $(1 - e^{-x})^{-1}$ ou \tanh . m et p représentent le nombre des neurones et le nombre des entrées respectivement. L'approximation par réseau de neurones et la fonction à base radiale sont proches dans leurs prédictions de la fonction à approximer. L'approximation par réseaux de neurones est une méthode itérative. Chaque itération représente une phase d'apprentissage pour calculer le vecteur des coefficients indéterminés. La fin de l'apprentissage ou bien la convergence dépend de l'erreur entre les valeurs du métamodèle et des valeurs expérimentales mesurées. La caractéristique itérative de cette méthode exige qu'elle soit utilisée avec des codes simples pour faciliter sa convergence. Pour cette raison, elle est surtout utilisée dans le domaine électrique ou électronique. Puisque la fonction par réseaux de neurones est non linéaire, la tendance est d'utiliser la fonction RBF qui est plus simple à analyser (Keane et Nair, 2005). Une grande partie des modèles obtenus par la

méthode des réseaux de neurones aboutissent vers les modèles du processus stochastique gaussien connus sous le nom du krigeage (Keane et Nair, 2005).

1.5.4 Krigeage

La méthode du krigeage, tel que définie par Cressie (1991), a été popularisée sous le nom « Design and analysis of computer experiment » DACE (Santner, Williams et Notz, 2003). C'est une approche de construction des modèles basée sur les résultats des codes numériques déterministes. Cette approche stochastique est développée à partir de la théorie des probabilités (Trochu et Terriault, 1998). Elle est précise comme interpolateur mais lourde dans son application, car elle nécessite le calcul de nouveaux coefficients du métamodèle à chaque fois qu'on veut interpoler une fonction. Cette technique fut utilisée par Pellissier et al (2011) pour interpoler la fonction optimale du rendement thermique d'un système d'antivivrage qu'ils obtenaient par la méthode des réseaux de neurones.

1.5.5 Krigeage dual

En 1993, Trochu (1993) a développé une nouvelle version du krigeage qu'il appelle le krigeage dual (dual kriging). La fonction approximée utilisée par le krigeage dual ressemble à une combinaison entre le modèle de surface de réponse polynomiale (RSM) et la fonction à base radiale (RBF). Le métamodèle obtenu est composé de deux parties. La première partie est un polynôme comme celui de la RSM et la deuxième est la covariance qui remplace la RBF. Cette covariance peut-être linéaire, cubique, logarithmique ou sinusoïdale. La

fonction obtenue par krigeage dual est de la forme :
$$\hat{y} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x) + \sum_{j=1}^m \alpha_j K(\|x - x^{(j)}\|).$$

Selon la revue des techniques de modélisation, le krigeage dual est la seule méthode qui donne une variance nulle. L'erreur de la fonction obtenue par krigeage dual est nulle puisque, selon la formulation du krigeage, la fonction passe par tous les points mesurés (Trochu et Terriault, 1998).

L'idée générale du krigeage (Phan et Trochu, 1998) est d'interpoler une valeur d'un système physique à l'endroit où elle n'est pas connue à partir des valeurs connues dans son voisinage. Cette valeur inconnue est considérée comme l'une des réalisations d'une fonction aléatoire inconnue qu'on veut modéliser par une fonction krigée. La fonction krigée se compose de la somme d'une fonction moyenne et d'une fluctuation. L'espérance ou la moyenne de la fonction aléatoire doit obligatoirement donner la fonction moyenne, ce qui représente la condition de non-biais. La fonction aléatoire peut être estimée en considérant que la fonction approximée est une combinaison linéaire des réalisations ou des valeurs connues de la fonction aléatoire. On introduit donc la notion d'erreur qui représente la différence entre la fonction aléatoire et son estimateur. Ensuite, on cherche à minimiser cette erreur par le calcul de la variance de cette erreur. En résumé, les paramètres inconnus de la fonction krigée sont calculés en imposant la condition de non-biais et la minimisation de la variance de l'erreur (Baillargeon, 2005). On obtient ainsi un système d'équations que l'on doit résoudre à chaque point de l'espace de design où l'on désire interpoler une valeur ce qui rend la méthode du krigeage lourde d'utilisation. Pour remédier à ce problème, on utilise une variante du krigeage, soit le krigeage dual qui donne une fonction krigée globale valable pour tous les points de l'espace de design (Phan et Trochu, 1998).

1.5.6 Modélisation basée sur le krigeage dual

Le krigeage dual est utilisé dans l'étude Trochu et al. (1998) pour la modélisation d'une loi de comportement des alliages à mémoire de forme.

Le krigeage dual est souvent utilisé pour générer des surfaces d'objets, par exemple pour créer un modèle d'une pièce à partir d'une pièce existante (exemple de matrices ou de moules). L'une des techniques consiste à créer une pièce à partir d'un nuage de points obtenu avec un scanner laser. Pour l'ajustement des courbes ou des surfaces après la génération des points depuis un modèle existant, Limaiem et al.(1996) ont utilisé le krigeage dual pour modéliser le prototype. Ils ont conclu que la méthode du krigeage dual est plus simple à utiliser et nécessite moins de temps de calcul comparativement aux B-splines.

Le krigeage dual est également utilisé pour construire des métamodèles à partir de résultats d'expériences numériques. Ainsi cette méthode a été utilisée entre autres par Fregeau et al. (2003) pour établir une corrélation permettant d'estimer le transfert de chaleur d'un système d'antigivrage à air chaud. Différentes géométries et nombre de Mach de jet sont ainsi utilisés pour construire une base de données à l'aide de simulations numériques réalisées avec le code CFD Fluent. Le krigeage dual est ensuite utilisé pour construire un métamodèle et interpoler le nombre de Nusselt pour un nombre de Mach donné.

Bouزيد et Champlaud (2004) présentent une approche globale d'analyse basée sur la technique d'interpolation par krigeage dual pour prédire la répartition des contraintes dans des joints bridés. La relation entre la contrainte et la déflexion du joint est non linéaire. En effet, au lieu d'utiliser un plan d'expérience, leur approche consiste à imposer des pressions au joint bridé et de mesurer les contraintes et les déplacements correspondants à chaque pression. Les courbes de contraintes en fonction des déplacements, obtenues en appliquant la méthode du krigeage dual, passent par tous les points expérimentaux. En comparant les résultats obtenus avec ceux de la méthode des éléments finis, il s'est avéré que cette variante de krigeage dual est très efficace pour la modélisation non linéaire du comportement des matériaux des joints.

Cette revue prouve que la méthode du krigeage dual est une méthode simple, précise et qui ne nécessite aucune intervention dans le code CFD. De plus, elle exige un minimum de simulations. Cette méthode semble être la plus prometteuse pour la modélisation et l'interpolation. Une fois que le choix est porté sur la méthode du krigeage dual pour la construction du métamodèle de l'efficacité thermique, le design optimal d'un système d'antigivrage est déterminé en appliquant l'une des méthodes d'optimisation citées dans la littérature. Des exemples de processus d'optimisation basés sur krigeage seront présentés dans les sections suivantes.

1.6 Optimisation

1.6.1 Optimisation basé sur le krigeage

Trochu et al. (1998) se sont servis du métamodèle de la loi de comportement obtenue par krigeage dual dans la conception et l'optimisation des matériaux à mémoire de forme. Dans le même sillage, Phan et al.(1998) ont combiné le krigeage dual avec la BEM (Boundary Element Method) dans leur problème d'optimisation d'une forme structurale élastique. Ils sont arrivés à présenter une méthode simple et efficace pour la conception optimale de forme.

Lee et al.(2006) ont utilisé le krigeage pour déterminer la robustesse de leur procédure de design d'un microgyroscopique vibratoire pour puce. L'objectif est de minimiser les fréquences de flexion et de torsion du mécanisme en ajustant les paramètres géométriques des ressorts. Dans ce cas, le krigeage a été aussi utilisé pour minimiser le temps de calcul lors de l'optimisation globale. Les auteurs sont arrivés à la conclusion que l'approche du krigeage prévoit avec précision la variance de la réponse et avec moins d'effort de calcul numérique.

Park et al.(2006) ont appliqué une méthode d'optimisation globale, l'algorithme génétique, pour déterminer la forme d'une ailette utilisée pour dissiper la chaleur des composants électroniques. Pour générer la base de données, ils ont utilisé le code Fluent afin de calculer l'écoulement en respectant un plan d'expérience (PdE) construit selon le « Latin Hypercube design (LHS) ». Le LHS est employé fréquemment dans les expériences numériques. Dans cette approche, le krigeage a été utilisé pour modéliser la chute de pression dans l'écoulement autour de l'ailette en fonction des contraintes géométriques et de la température maximale.

Kim et al. (2008) ont optimisé la forme d'une surface avec empreintes circulaires creuses afin d'améliorer le transfert de chaleur dans un canal rectangulaire. La fonction objectif est une combinaison du nombre de Nusselt et des pertes de charge par friction. Les variables de

design sont les diamètres, les profondeurs et les distances entre les empreintes. En utilisant un code CFD et le LHS, vingt valeurs de variables de design sont calculées numériquement pour évaluer les fonctions objectifs correspondantes. Le métamodèle a été ensuite construit en utilisant la méthode du krigeage. Pour l'optimisation appliquée au modèle krigé, Kim et al. (2008) ont utilisé l'algorithme d'optimisation SQP avec contraintes. Le transfert de chaleur et la perte de friction optimisés concordent avec les résultats expérimentaux.

Pour le problème d'optimisation du dispositif de combustion d'un réacteur de solide-liquide, Raza et al.(2008) ont eu recours à la méthode du krigeage pour créer une fonction objectif considérée comme une combinaison linéaire pondérée du transfert de chaleur (nombre de Nusselt) et de la chute de pression (coefficient de traînée). Les pondérations de la fonction objectif servent à faire une étude de sensibilité. La fonction objectif est fonction de deux variables géométriques et elle est calculée numériquement dans ANSYS® CFX 5.7. Pour le plan d'expérience, ils ont utilisé le PdE LHS. L'optimisation est réalisée avec la méthode SQP de MATLAB®. Le design optimal est obtenu par la variation des pondérations de la fonction objectif.

L'étude de Sakata et al. (2003) est axée sur la comparaison entre la méthode de krigeage et la méthode des neurones pour la construction des métamodèles. Ces deux méthodes sont choisies car elles sont considérées meilleures que la méthode de surface de réponse (RSM). Selon les auteurs, la méthode des neurones requiert un grand effort numérique et, en plus, elle n'est pas simple à manipuler d'où la nécessité d'utiliser la méthode du krigeage qui est plus simple, précise et flexible. Une fois le métamodèle construit, la méthode du gradient est appliquée au problème d'optimisation. Dans un premier exemple, une fonction mathématique quadratique à deux paramètres est estimée avec la méthode du krigeage. Ensuite, l'erreur moyenne est définie comme étant la somme des ratios de la différence entre la fonction originale et la fonction krigé sur la fonction originale. Dans leur deuxième exemple, la rigidité d'une poutre est à maximiser en fonction de la position d'une poutre de renforcement. Les auteurs sont arrivés à la conclusion que le modèle construit avec krigeage est plus approprié que la méthode des neurones.

Ren et Bai (2009) ont mené une étude semblable à celle de Sakata et al.(2003). Leur objectif consistait à établir la capacité d'approximation de deux fonctions 2D de référence par la méthode du krigeage et par la méthode des réseaux de neurones. Les modèles des deux méthodes ont été utilisés pour un problème d'optimisation avec la méthode du gradient. Ils ont défini quatre paramètres pour mesurer la performance des deux méthodes qui sont : la chance d'atteindre l'optimum réel, la distance où se trouve l'optimal par rapport à l'optimum réel, la représentation exacte du comportement du modèle réel et le degré d'ajustement du métamodèle avec le modèle réel. En étant supérieur pour trois des quatre paramètres de mesure de performance, le krigeage l'emporte sur la méthode des neurones. Les auteurs ont conclu que le krigeage a plus de chance de trouver et de situer l'optimum global avec précision dans l'espace de design. De plus, ils ont constaté que la méthode du krigeage est préférable à la celle des réseaux de neurones.

En conclusion, la méthode du krigeage est utilisée dans les processus d'optimisation de design même si ses applications ne sont pas fréquentes dans la littérature surtout pour le krigeage dual.

1.6.2 Optimisation d'un système d'antigivrage

Il est rare de trouver des études qui utilisent la CFD dans le processus d'optimisation d'un système d'antigivrage à air chaud. Pellissier et al. (2011) ont utilisé FENSAPICE® pour présenter une méthodologie d'optimisation d'un système d'antigivrage à air chaud. Cette méthodologie est basée sur l'algorithme génétique de MATLAB® pour l'optimisation. Le problème d'optimisation basée sur les paramètres géométriques du système d'antigivrage est à une seule fonction objectif qui est le ratio des flux de chaleur perdus et global.

Pour faciliter la convergence de la méthode de l'algorithme génétique, deux simplifications sont utilisées. D'abord, le code CFD est simplifié par l'application de la décomposition orthogonale, « proper orthogonal decomposition », ou POD, c.-à-d, la réduction des dizaines de milliers de degrés de liberté en un nombre très inférieur. Ensuite, l'écoulement d'air

chaud à l'intérieur de l'aile n'est pas résolu mais remplacé par une corrélation (Goldstein, Behbahani et Heppelmann, 1986), appliquée sur une plaque plane, qui permet de relier le nombre de Nusselt moyen aux paramètres géométriques d'un système à une seule rangée de jets. Pour construire la base de données, le PdE $LP\tau$ est appliqué sur le système d'antigivrage.

Avec cette approche, le design optimal n'est pas atteint avec précision. Alors, pour améliorer la précision des calculs, Pellissier et al. (2011) ont recommandé de résoudre l'écoulement interne pour bâtir la base de données et utiliser la méthode du gradient après l'algorithme génétique pour enfin rendre l'optimisation plus efficace. L'approche de Pellissier et al est très intéressante sauf qu'elle utilise deux simplifications majeures qui réduisent la précision des résultats. De plus, cette approche demeure très complexe puisqu'elle nécessite la modification du code CFD ce qui n'est pas toujours une tâche facile.

1.7 Conclusion

À la lumière de cette revue de littérature, on constate qu'il existe plusieurs méthodes pour la construction des métamodèles nécessaires au processus d'optimisation. Le choix de la meilleure méthode dépend du type de problème à résoudre et il ne peut être fait a priori. Par contre, la méthode du krigeage dual semble être une approche prometteuse pour les problèmes d'optimisation d'échangeurs de chaleur du fait qu'elle a déjà donné des résultats très satisfaisants pour des problèmes d'optimisation similaires.

Les constructeurs d'avions comme Bombardier pourraient faire des économies de temps et d'argent s'ils disposaient d'un modèle robuste approximé du flux de chaleur nécessaire au dégivrage. Le krigeage dual permet de réduire considérablement le nombre d'expériences réelles requises pour trouver les designs optimaux et donc d'économiser sur les deux plans. En outre, l'optimisation de ce système d'antigivrage va également permettre de réduire la consommation de carburant et par conséquent d'éviter le surdimensionnement des moteurs. Les constructeurs d'avions pourraient aussi enrichir le métamodèle krigé avec des mises à

jour et des améliorations continues si d'autres expériences sont réalisées. En plus, l'optimisation basée sur le krigeage dual augmente la confiance dans le nouveau design et garantit l'obtention d'un design qui assure le dégivrage des ailes d'avion de façon efficace et sécuritaire.

Sur la base de cette revue critique, une nouvelle méthodologie d'optimisation du design d'un système d'antigivrage à tube piccolo est proposée. Cette méthode utilise une solution numérique qui représente assez fidèlement le transfert de chaleur dans un système d'antigivrage. Elle requiert un effort de calcul numérique minimal par l'application du PdE Box-Behnken sans le recours à aucune modification du code de CFD. Elle consiste en fait à combiner la méthode d'optimisation SQP avec la méthode de modélisation du krigeage dual basée sur les simulations numériques d'un système d'antigivrage à tube piccolo. C'est une méthodologie peu coûteuse et facile à appliquer pour l'obtention d'un design optimal.

1.8 Originalité

Selon la revue de littérature, le krigeage est peu appliqué dans le processus d'optimisation des systèmes d'antigivrage et la modélisation par krigeage dual est très rare. Habituellement, dans l'expérimentation, les métamodèles sont obtenus par des méthodes statistiques qui présentent toujours des erreurs de mesure et le métamodèle ne s'ajuste pas nécessairement aux mesures expérimentales. Or, le krigeage dual permet d'avoir un métamodèle approximé qui passe par tous les points de mesures expérimentaux avec une erreur nulle. Le métamodèle approximé par krigeage dual est flexible comparé au métamodèle standard et il exploite mieux les points de mesure. La revue de littérature met en relief la robustesse et la flexibilité de la méthode du krigeage. Ces caractéristiques sont très importantes en aéronautique pour la modélisation des fonctions objectifs des systèmes d'antigivrage et l'optimisation du design.

L'originalité de ce travail consiste en la proposition d'une nouvelle méthodologie d'optimisation basée sur le krigeage dual. C'est une méthodologie qui est appliquée à

l'optimisation du design des systèmes d'antigivrage à air chaud pour les ailes d'avion. Cette approche comprend trois contributions scientifiques qui sont structurées en trois étapes et publiées dans trois articles scientifiques.

Le premier article concerne la première étape qui consiste à valider les codes numériques utilisés et à choisir la solution la moins couteuse du transfert de chaleur conjugué. Pour un seul cas spécifique dans les conditions de l'expérience dans la littérature, la solution en mode sec sans présence de gouttelettes d'eau dans l'air externe est choisie comparativement à la solution en mode humide en présence de gouttelettes d'eau et d'accumulation de givre. Le choix de la solution CHT représente la première contribution scientifique de la thèse.

Le deuxième article concerne la deuxième étape qui consiste à appliquer le plan d'expérience Box-Behnken. Ce plan permet de construire la matrice de design regroupant les combinaisons possibles des variables de design. Pour chaque combinaison, une simulation est réalisée dans ANSYS® CFX 12.1 pour calculer l'efficacité thermique du système d'antigivrage à tube piccolo. Les solutions de transfert de chaleur pour les différentes configurations du système d'antigivrage sont obtenues en mode sec comme démontré préalablement dans le premier article.

Dans le troisième article, on aborde la construction du métamodèle par la méthode du krigeage dual. Pour ce faire, on reprend les valeurs adimensionnelles et celles de l'efficacité thermique qui constituent une base de données numériques pour concevoir le premier métamodèle intelligent du système d'antigivrage à tube piccolo qui peut se mettre à jour à chaque fois qu'un résultat d'une simulation numérique est disponible. La formulation de ce métamodèle par le krigeage dual représente la deuxième contribution scientifique de la thèse. L'application de la méthode d'optimisation SQP sur le métamodèle donne la combinaison optimale des variables de design qui correspond à l'efficacité thermique maximale. À partir du design optimal, le flux de chaleur correspondant sur le bord d'attaque peut être interpolé en appliquant encore la méthode du krigeage dual et cela sans recourir à un calcul CFD

supplémentaire. L'interpolation du flux de chaleur optimal sans calcul CFD représente la troisième contribution scientifique de la thèse.

CHAPITRE 2

ARTICLE#1: NUMERICAL VALIDATION OF CHT METHOD FOR SIMULATION OF ANTI-DE-ICING PICCOLO SYSTEM

Ridha Hannat and François Morency,

Department of Mechanical Engineering, École de Technologie Supérieure,

1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, Canada, H3C 1K3

Article soumis au “Journal of Aircraft” en aout 2012. Publié le 24 Janvier 2014.

DOI: 10.2514/1.C032078

2.1 Préface du premier article

Le premier article est dédié à la première étape de la méthodologie proposée. L’objectif de cet article est de valider le nouveau module de transfert de chaleur conjugué CHT3D/CFX en mode humide, c.-à-d, en présence de gouttelettes d’eau dans l’air externe et d’accumulation de givre sur l’aile. Le transfert de chaleur conjugué en mode sec sans présence de gouttelettes d’eau dans l’air externe est résolu dans ANSYS® CFX 12.1. Après la validation de CHT3D/CFX, le résultat du transfert de chaleur conjugué en mode humide obtenu dans CHT3D/CFX est comparé à celui du mode sec obtenu dans ANSYS® CFX 12.1.

Les courbes du coefficient du transfert de chaleur des deux modes sont comparées ensemble avec celle de la corrélation de Goldstein utilisée dans un article de Wright. Wright utilise la corrélation de Goldstein pour valider le code LEWIS même si la plage de validité de cette corrélation ne le permet pas selon les conditions de l’expérience. Dans notre étude, au lieu d’utiliser une corrélation, on résoud le transfert de chaleur conjugué dans le système d’antigivrage. Cette approche est la plus précise que l’approche par des corrélations. On obtient alors la solution pour les deux modes qui ont le même comportement du transfert de chaleur excepté dans les zones de stagnation où il y a présence de quelques fluctuations. Cependant, on constate que les deux résultats sont moyennement très proches. Puisque l’on s’intéresse aux valeurs moyennes des flux de chaleurs pour définir l’efficacité thermique du

système d'antigivrage à air chaud, le mode sec est alors choisi pour la suite de cette étude. Les simulations numériques sont réalisées selon le plan d'expérience Box-Behnken dans le deuxième article.

Par conséquent et pour les conditions bien spécifiques de l'expérience tirée la littérature, la première contribution scientifique peut être formulée. Elle stipule que dans certains cas, seul le transfert de chaleur conjugué en mode sec peut être considéré pour étudier un système d'antigivrage.

2.2 Abstract

Anti-/de-icing CHT method based on ANSYS® CFX 12.1 flow solver and FENSAP-ICE software is presented. The ANSYS® CFX 12.1 flow solver is used as the flow solver module with the $k-\omega$ SST turbulence model. DROP3D is used as the droplet impingement module. ICE3D is used as the ice accretion and water film runback module. CHT3D/CFX is used for the thermal coupling of all modules. Before solving for the temperature distribution in a 3D anti-icing system geometry based on a piccolo tube with three jet rows, a test case consisting of a two stream parallel gas to gas micro heat exchanger will validate the CHT3D/CFX procedure. For the anti-icing system in wet air mode temperature results at corresponding experimental locations are presented and compared to results from literature.

2.3 Introduction

Arrays or lines of impinging jets provide a simple and efficient way to cool down or warm up surfaces. In aeronautics, cold impinging jets cool the fan blades inside turbines and hot impinging jets protect wing leading edges and engine inlets from ice accretion during flight. Hot jets make it possible to build simple and cost effective in flight ice protection systems for aircraft. Bleed air from jet engines provides the air at high temperature and pressure needed for the jets. Large piccolo tubes with one or more rows of small diameter exit holes distribute hot air at temperatures ranging as high as 250°C (Papadakis et Wong, 2006) to protect aircraft areas such as wing leading edges or nacelle lips. Cooled hot air leaves the

protected area through discharge holes in a plenum beam, the front wing spar or the metal skin.

The mass flow rate of extracted hot compressed air must be kept as low as possible, however, because extracting air reduces the efficiency of turbofan engines. Proper design of anti-icing devices consequently requires accurate evaluation of heat flux through the leading edge metal skin. Experimental or Computational Fluid Dynamic (CFD) studies may be used to evaluate heat flux in proposed designs. CFD studies cost less than experimental studies and are therefore attractive. CFD tools can also be used together with optimization methods to design future anti-icing device geometries.

The CFD tools used for the present studies include FENSAP-ICE and ANSYS® CFX 12.1. FENSAP-ICE is a second generation icing simulation system, meaning that CFD solves the entire icing problem. It was developed during last decade. First, in 1999, an Eulerian model for air flows containing water droplets was proposed as an alternative to the traditional Lagrangian particle tracking approach to compute droplet impingement on airfoils (Bourgault et al., 1999). The model was implemented in a 3D droplets Eulerian code, DROP3D, used for computing the water caught on 3D aircraft components and engines. In 2000 (Bourgault, Beaugendre et Habashi, 2000), a thermodynamic model for ice accretion on three-dimensional lifting surfaces, including water runback effects, was implemented into the new code ICE3D. This model was originally called Shallow-Water Icing Model or SWIM. ICE3D's physical model essentially consists of converting the classical Messinger model into a PDE system of conservation equations. In 2003 (Beaugendre et al., 2003) a roughness calculation was implemented in the Spalart–Allmaras (S–A) one-equation turbulence model of FENSAP airflow solver to have reliable ice accretion simulations. In 2004, for the first time a full three-dimensional helicopter icing simulation system was evaluated with FENSAP-ICE (Habashi et al., 2004). Improvements were made in DROP3D in 2006 to consider ice accretions resulting from supercooled large droplets. An Eulerian model of the droplet–wall interaction process was implemented. This model includes splashing and bouncing phenomena (Honsek, Habashi et Aube, 2008). In 2010, a predictive model for

roughness evolution in both space and time during in-flight icing was developed. In the same year, a new artificial viscosity method (ISOD) based on diffusion along isovalues surfaces is used (Remaki, Beaugendre et Habashi, 2003) was introduced to avoid numerical oscillations in the airflow solution.

In the present work, ANSYS® CFX 12.1 flow solver is used instead of FENSAP airflow solver. With ANSYS® CFX 12.1, it is possible to use $k-\omega$ SST turbulence model for internal flow calculation, a model that gives acceptable results for RANS simulation of impinging jet (Zuckerman et Lior, 2006). The $k-\omega$ SST turbulence model of ANSYS® CFX 12.1 was widely studied for impinging jets in an earlier study (Hannat, 2009) and therefore it is used in this paper. Even if LES turbulence model could have given better heat transfer prediction, it was not suitable to resolve the 3D test case studied in this paper for two important reasons. First, for LES simulation, the correct turbulence structure at jet inlet must be known. This is not the case because the flow is not fully developed at jet entrance. Second, the internal piccolo tube could have been considered in the calculation domain, but then the symmetry boundary conditions cannot be used on domain boundary. Hence, the number of nodes would increase drastically and hence the computational cost too, beyond the point of acceptability for optimization in an industrial context.

ANSYS®CFX 12.1 is coupled to FENSAP-ICE's conjugate heat transfer module, CHT3D, to compute heat transfer through wing metal skin. To validate the new conjugate heat transfer procedure, CHT3D/CFX, real airfoil geometry with anti-/de-icing piccolo system is chosen from the literature.

Brown et al.(2002) use 2D experiments to propose a correlation for heat transfer in an aircraft nacelle anti-icing system. Average Nusselt number is correlated with the jet diameters and the mass flow rate per unit area of the impinging jet. Nacelle skin shape is not given. In 1998, Croce et al.(1998) used CFD to study heat transfer occurring inside slat geometry. Using a Navier-Stokes flow solver, the authors studied effects of several boundary conditions on metal skin temperature distribution and showed that piccolo tube surface temperatures

contribute significantly to heat transfer. Internal flow consists of a single row of impinging jets with a discharge hole on the lower side of the slat, but no geometrical dimensions are given. Fregeau et al.(2009) and Saeed (2008) use commercial CFD flow solver to study parametric model of anti-icing system piccolo tube system with a curved impingement surface. A one equation turbulence model was used to compute the wall heat transfer. Morency et Hannat (2010) simulate two geometries and three Reynolds numbers. The geometry of the test case represents an airfoil leading edge. A commercial flow solver with the $k-\omega$, $k-\omega$ SST and BSL Reynolds stress turbulence models compute heat transfer from impinging jets to curved surfaces. Computed Nusselt numbers agree among turbulence models and dependence on Reynolds numbers agree with experimental results.

Papadakis et al.(2010) generate an experimental database for validation of simulation tools used to design and analyze thermal ice protection system. A straight wing model was used. Cold hold and descent cases were investigated. A test matrix combined two piccolo tube configurations, and a range of bleed-air mass flows and temperatures for dry and wet external flow conditions. Experimental results show an increase in ice shape size and an upstream displacement of the ice front location as the heat supplied to the bleed-air system was reduced.

To perform design and optimization of a 2D bleed-air ice protection system, Domingos et al. (2010) computed leading edge skin temperature and runback ice location. They developed a numerical tool that combines data from a commercial CFD solver for external flow field, and heat transfer correlation for internal flow heat transfer. Their computational results agree well with experimental data from icing tunnel. The airfoil shape is not specified.

To validate LEWICE 2.2 software, Ghenail et al.(2006) analyze ice accretion under a wide range of icing conditions and using several airfoils. They did not solve the hot bleed air airflow but assume two-dimensional transient icing with electrical heater input. Thermal analysis shows that numerical results didn't agree with experimental data. Wright (2004) evaluates applicability of correlations added to LEWICE software to simulate heat transfer

from a piccolo tube anti-icing system. External warm and cold temperature conditions with the same air flow rate were used. The numerical model uses an airfoil similar to the NACA 23014 used in experiments. Numerical results obtained with three rows of round jets are compared with experimental data. The correlations over predict surface temperatures and subsequently, the computed ice residual patterns are different from experimental shapes. Geometry and test conditions were provided.

Carlos et al.(2007) proposed a new formulation to simulate the ice accretion in presence of anti-icing system. Carlos et al.(2007) use heat transfer coefficient obtained from Wright (2004) and their results agree with numerical results of Wright.

To predict the temperature distribution of an aero-engine strut in ice accretion condition, Wei et al .(2012) use CFD code and correlation equation to estimate the heat transfer coefficient. The anti-icing system uses hot oil instead of hot air. The mean temperature drop on the strut surface is acceptable when compared to experimental data. To help in desig, Pourbagian et al (2012) study the external parameters in flight icing conditions on the energy requirement of in-flight ice protection systems. Hot air or electro-thermal can be used as anti-icing systems by keeping the airfoil surface temperature at constant value.

The main objective of the present paper is to validate the new procedure, CHT3D/CFX, using numerical calculations done with ANSYS® CFX 12.1 and FENSAP-ICE. First, FENSAP-ICE and CHT3D/CFX are briefly described. Mathematical models and numerical methods used for the CFD computations are also described. Since CHT3D/CFX uses ANSYS® CFX 12.1 as the flow solver, ANSYS® CFX 12.1 results will be validated with a compressible 2D flow test case selected from Miwa paper (2009). Then, CHT3D/CFX results for a complex 3D flow with three rows of round jets are compared with experimental and numerical results from Wright (2004).

2.4 Conjugate Heat Transfer Code

In this section, the exchange of boundary conditions needed for the conjugate heat transfer (CHT) within FENSAP-ICE simulation package's is explained. Then, the ANSYS® CFX 12.1 airflow solver and the CHT3D/CFX procedure are presented.

2.4.1 CHT within FENSAP-ICE

A brief description of CHT methodology used in FENSAP-ICE is presented. For more details, the reader can consult the paper by Reid et al (2010). FENSAP-ICE software is mainly used for 3D simulations of in-flight icing phenomena.

FENSAP-ICE includes five fully integrated modules: FENSAP, DROP3D, ICE3D, CHT3D, and C3D. The flow charts in Fig 1 show the interaction between all modules. Arrows indicate information exchange between modules. The three modules related to external domain are grouped together in a large box for the wet air case. In the classical FENSAP-ICE, the airflow solver used for CHT calculation is FENSAP and with the new formulation, it is ANSYS® CFX 12.1. Conjugate heat transfer can be evaluated in two modes: dry air mode or wet air mode, depending on the liquid water content of the external flow. Anti-icing systems should only be used in wet air mode, during an icing event, but for result validations purpose and for maximum wall temperature calculations, the dry air mode is useful.

In dry air mode, on the left of Figure 2.1, when no water is collected by surfaces, the heat transfer at the fluid-solid interfaces is computed using a conduction code, C3D, and an airflow solver, either ANSYS® CFX 12.1 or FENSAP. FENSAP/CFX computes wall heat fluxes at the solid walls for external flow and internal flow and send them to C3D. C3D computes and returns the updated wall temperatures that are used as boundary conditions into FENSAP/CFX.

In wet air mode, on the right of Figure 2.1, two additional modules are needed. FENSAP/CFX computes convective wall heat fluxes, wall shear stresses, and external air velocity field. DROP3D uses external air velocity field from FENSAP/CFX. It computes and sends the collection efficiency and droplet impact velocities to ICE3D. ICE3D uses results from DROP3D plus the convective wall heat fluxes and wall shear stresses from FENSAP/CFX external flow results and the temperature calculated by C3D. ICE3D compute the ice thickness, the wall surface displacement, and the external wall heat flux for the given surface temperature distribution. The wall surface displacement may be used to modify the wall geometry to consider ice accretion. The external wall heat flux is used by C3D with the internal wall heat flux to obtain a new wall temperature. Thus, ICE3D modify the external wall heat flux from the airflow solver before sending it to the conduction code.

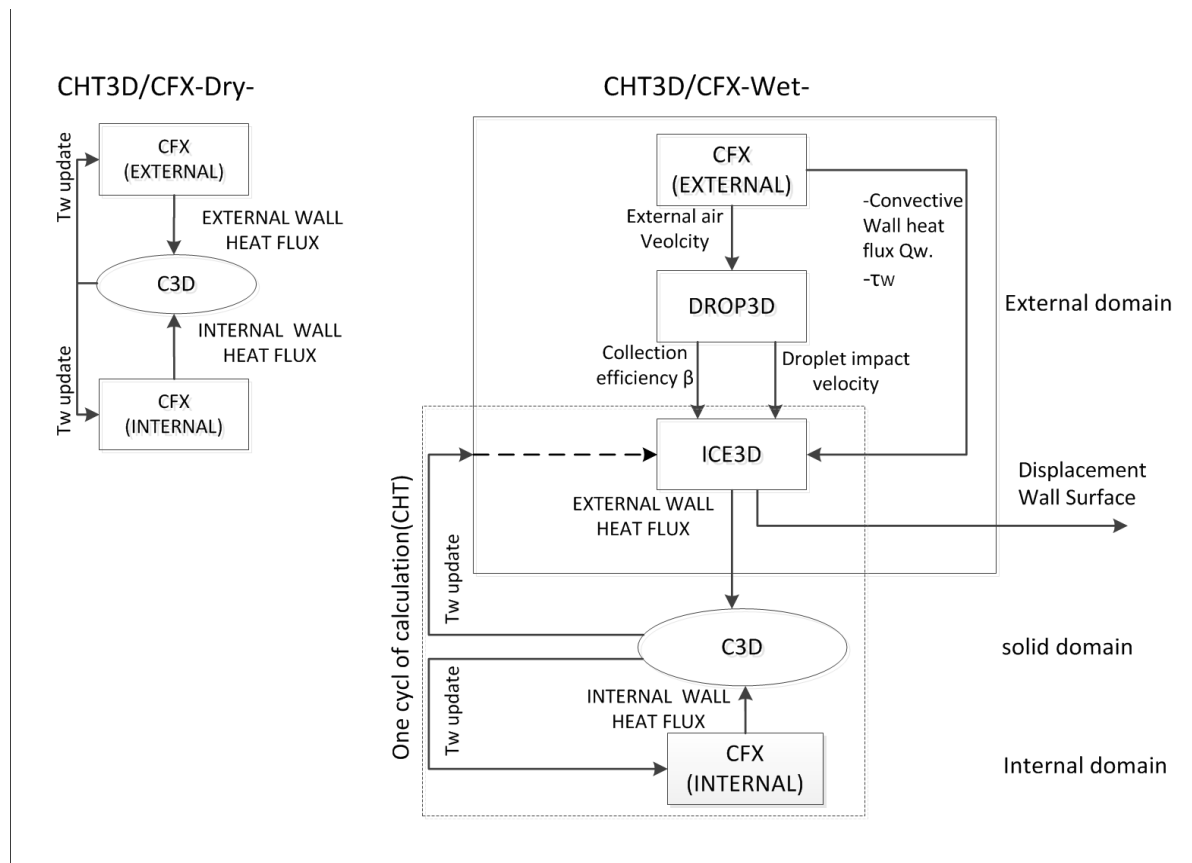


Figure 2.1 Flow chart for unsteady conjugate heat transfer

The coupling between the different solutions (internal and external air flows, solid conduction problem) is obtained via an exchange of boundary conditions assumed to be the wall heat flux from airflow solver and the returned wall temperature from solid solver. The wall temperature is updated until steady state is reached. This allows us to define the coupling as a purely interfacial algorithm, independent of the details of the solvers in the different domains.

In the classical FENSAP-ICE, the airflow is modeled with a classical compressible Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) model. The discretized equations are solved using a canonical Galerkin Finite Element discretization (Reid et al., 2010).

The DROP3D module solves for water concentration and droplet velocities via an Eulerian formulation to automatically determine the mass of water collected on exposed surfaces (Bourgault et al., 1999). The discretized equations are solved using a canonical Galerkin Finite Element discretization. The Eulerian droplet model used in DROP3D is a two-fluid model consisting of the velocity field for dry air and the droplet-specific continuity and momentum equations (2.1) and (2.2). Forces exerted on air by droplet are neglected.

$$\frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha u_d) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{Du_d}{Dt} = \frac{C_D Re_D}{24K} (u_a - u_d) + \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \frac{1}{Fr^2} g \quad (2.2)$$

ICE3D is an ice accretion and water runback module based on the Messinger model (Messinger, 1953). Making the hypothesis that the water runbacks as a continuous film, momentum and energy balances are calculated. An element-based finite volume method is used to compute heat and mass balances in the liquid film. The velocity u_f of the water in the film is assumed to be linear so pressure and gravity effects are neglected (Beaugendre, Morency et Habashi, 2006). By averaging u_f across the thickness of the film h_f , the mass conservation and energy conservation equations becomes:

$$\rho_w \left[\frac{\partial h_f}{\partial t} + \nabla(\overline{u_f} h_f) \right] = \dot{m}_{imp} - \dot{m}_{evap} - \dot{m}_{ice} \quad (2.3)$$

$$\rho_w \left[\frac{\partial h_f C_w T}{\partial t} + \nabla(\overline{u_f} h_f C_w T) \right] = E_{imp} - E_{evap} + E_{ice} + Q_h \quad (2.4)$$

where \dot{m}_{imp} , \dot{m}_{evap} , and \dot{m}_{ice} are the mass transfer by water droplet impingement, the evaporation, and the ice accretion respectively. E_{imp} , E_{evap} , and E_{ice} are respectively the impinging, the evaporation, and the accretion heat transfer. Q_h is the convective heat transfer. The coefficients ρ_w and C_w represent the physical properties of water. The temperature T is uniform across the water film.

Finally, the heat conduction equation through the solid as well as the melting process in the ice layer models is solved using the 3D heat conduction module C3D, based on a finite element method. Assuming constant thermal conductivities inside solid, C3D solves the Poisson conduction equation in the solid domain:

$$\Delta T = 0 \quad (2.5)$$

For the conjugate heat transfer calculation, the steady state flow solution is obtained with initial guessed temperature distributions along the walls. The temperature distributions are used as Dirichlet boundary conditions for the flows. Thus at time n , at solid air interface 's':

$$T = T^n \quad (2.6)$$

The heat flux computed by the Navier–Stokes flow solver is then used as a boundary condition for both solid's sides with a Neumann boundary condition imposed:

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = -\frac{Q_s}{k_s} \quad (2.7)$$

The solid conduction problem solves the Poisson conduction equation in the solid domain, which then update the temperature distribution on the wall:

$$T^{n+1} = (1-w)T^n + wT_s \quad (2.8)$$

To start the conjugate heat transfer calculations, the steady-state airflow solutions computed in the external and the internal computational domains are used. The water droplet equations are then solved to obtain the mass of water collected over the exposed surfaces. Finally, the unsteady CHT loop is started: at each time step, Newton iterations are performed using energy equation until the heat fluxes through the interfaces of the various computational domains are conserved, within a given level of accuracy. The ice shapes are then computed according to the net mass growth from the film and shrinkage resulting from melting, for a given time step. The ice-modified geometry is subsequently re-meshed before another steady-flow airflow solution is obtained to start a new cycle of conjugate heat transfer calculations.

2.4.2 ANSYS® CFX 12.1

The new procedure FENSAP/CFX uses ANSYS® CFX 12.1 (ANSYS®, 2009a) to solve the unsteady Navier-Stokes equations for the hot air internal flow inside the wing and the external flow. The RANS equations are solved to obtain the wall heat flux. The compressible RANS equations are, for eddy viscosity based turbulence models:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \left[(\mu + \mu_t) (\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T) \right] \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_{tot}) = \nabla \cdot \left(k_f \nabla T + \frac{\mu_t}{Pr_t} \nabla h \right) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot (\boldsymbol{\tau} - \rho \overline{u \otimes u})) + S_E \quad (2.11)$$

The viscous work $\nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot (\boldsymbol{\tau} - \rho \overline{u \otimes u}))$ is considered in the energy equation Eq.(2.11) and the source term S_E is neglected. The k - ω SST turbulence model used for turbulent viscosity calculation is presented by Eq. (2.12) and Eq. (2.13). This model is detailed in Menter (1994):

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} k) = \tilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \omega) = \alpha \rho S^2 - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega \quad (2.13)$$

The turbulent eddy viscosity is defined as:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, SF_2)} \quad (2.14)$$

where S is the invariant measure of the strain rate, F_1 and F_2 are the blending functions, \tilde{P}_k is the production limiter used in the SST model to prevent the build-up of turbulence in stagnation regions and value for constants for β^* , α , σ_k , σ_ω are found in Menter (1994).

The fluid is air and its properties follow the ideal gas law:

$$p = \rho R_s T \quad (2.15)$$

ANSYS®CFX 12.1 uses a collocated finite volume method to solve Eqs (2.9), (2.10), (2.11), (2.12) and (2.13). The gas law Eq. (2.15) relates density to pressure and temperature. From Eq. (2.9) and Eq. (2.10), a coupled system of linearized equation is built and solved. Using the velocity field, the energy Eq. (2.11) and the turbulence model Eq. (2.12) and (2.13) are then solved sequentially. The linearized equations are solved using an algebraic multi-grid method. The system of equations is solved iteratively until the normalized residual of each equation falls below a level set by the user. For the presented test case, the residuals are below 10^{-6} for the internal flow and 10^{-8} for the external flow.

The ANSYS®CFX 12.1 blend factor advection scheme (ANSYS®, 2009b), with a value 0.75, is used for the calculations to avoid meaningless oscillations in the numerical solution. With a value of 0.75, near second order solution is achieved, without introducing local artificial oscillation.

2.4.2.1 Automatic near wall treatment

ANSYS® CFX 12.1 flow solver is used to predict accurate heat transfer on the solid-fluids interfaces in CHT3D/CFX. It uses a special formulation to ensure a smooth shift between the logarithmic wall function approach, and the low Reynolds number formulation based on the near wall mesh spacing (ANSYS®, 2009b). On wall nodes, the flux for the k equation is kept artificially at zero and the flux for the momentum equation is computed from the velocity profile.

For the ω equation, an algebraic expression is specified. It is a blend between the analytical expression for ω in the logarithmic region, and the corresponding expression in the sub-layer.

With this formulation, the location of the first mesh point moves virtually down through the viscous sublayer as the mesh is refined in the low-Reynolds mode. In this study, y^+ values

are kept below two for the walls where the heat transfer coefficient is evaluated, and thus a low-Reynolds number formulation is used.

2.4.2.2 Wall heat flux

The thermal law-of-the-wall function of Kader (ANSYS®, 2009b) models the thermal boundary layer. The non-dimensional temperature distribution is:

$$T^+ = Pr y^* \exp(-\Gamma) + (2.12 \ln y^* + \beta_T) \exp(-1/\Gamma) \quad (2.16)$$

where:

$$\beta_T = (3.85 Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(Pr) \quad (2.17)$$

$$\Gamma = \frac{0.01(Pr y^*)^4}{1 + 5 Pr^3 y^*} \quad (2.18)$$

$$y^* = \frac{\rho u^* \Delta y}{\mu} \quad (2.19)$$

For a near wall fluid temperature T_f , the wall heat flux becomes:

$$q = \frac{\rho c_p u^*}{T^+} (T_{wall} - T_f) \quad (2.20)$$

2.4.3 CHT3D/CFX

The new procedure CHT3D/CFX replaces CHT3D and uses three of the four classical modules, the airflow solver FENSAP being replaced by the ANSYS® CFX 12.1 airflow

solver (ANSYS®, 2009a). The resulting anti-/de-icing CHT procedure is called CHT3D/CFX in this paper. The 3D heat conduction module C3D models the heat conduction through the solid and the melting process in the ice layer, as usual, but instead of extracting data from FENSAP solutions, it extracts data from ANSYS® CFX 12.1 solutions. The CHT3D/CFX procedure needs three files for each fluid domain from ANSYS® CFX. The first one is the converged airflow solution file (*.res) providing heat fluxes. The second is the solver input file definition file (*.def) used for batch mode execution. The third is the boundary condition file (*.ccl), containing settings that reference mesh region and physics for a simulation. Finally, the grid solid is used in C3D format grid file.

Steady airflow solutions for internal and external flows from ANSYS® CFX 12.1 are used in CHT3D/CFX. For the conjugate heat transfer calculations there is no need to solve the complete RANS system for both internal and external flow. The velocity fields are held constant. Thus, ANSYS® CFX 12.1 solves only the energy equation in the external and internal flow computational domains during the CHT iteration.

2.5 Proposed Test Cases

The first test case proposed is a 2D parallel flow heat exchanger with compressibility effects in one passage, as the compressible flow inside a piccolo tube anti-icing system. The test case is selected from the work of Miwa (Miwa et al., 2009), where a two stream parallel gas to gas micro heat exchanger is numerically studied. It consists of two parallel flows separated by a thin solid interface. Gravity and buoyancy forces are neglected. The geometry is illustrated on Figure 2.2 where the hot passage is in the upper channel (with subscript H) and the cold passage is in the lower channel (with subscript C). A thin solid interface between the two passages is used to ensure a temperature variation in the x -direction and almost no temperature variation in the y -direction inside the plate. Several solid interface thicknesses are used, ranging from zero thickness to $5\ \mu$. The vertical sides of the solid interface are adiabatic. Each passage has a length of 12.7mm and a width h of 0.05mm. The computational domain is discretized in 400×20 uniform hexahedral cells, a

relatively coarse mesh. For the grid convergence study, meshes of 800×40 and 1200×60 hexahedral cells are also used.

For the zero thickness solid interface, two simulations are performed, one with a high velocity (compressible flow) and a low velocity (incompressible flow) in upper and lower passage respectively; the second one with a low velocity in both channels. A constant velocity in the x direction is imposed at inlet for both passages. For the first simulation, the upper passage has a constant stagnation temperature of 350 K at inlet and the Reynolds number is 1326.4 to ensure a Mach number of 0.622 at the upper exit. The Reynolds number is based on average flow rate, and hydraulic diameter at a cross section of a passage. The Mach number is based on the average velocity and temperature at the cross section of a passage. For the lower passage, a constant stagnation temperature of 300 K is imposed at inlet and the Reynolds number is 163.6 to ensure a Mach number of 0.080 at the lower exit. For the second simulation, the inlet stagnation temperatures are 350 K and 300 K for hot and cold passages. The Reynolds number is 168.7 for the upper passage to ensure a Mach number of 0.081 at the upper exit. For the lower passage, the Reynolds number is 170.5 to ensure a Mach number of 0.082 at the lower exit. The exit pressures are imposed to 10^5 Pa for both passages.

Although Miwa et al.(2009) present results only for zero thickness solid interface, simulation results are also presented here for a $5 \mu\text{m}$ solid interface because CHT3D/CFX need a physical solid interface for computations. Here, the solid interface is discretized by 20 nodes in y direction while the nodes spacing in x direction correspond to the passages discretization. The upper passage has a stagnation temperature of 350 K, and the Reynolds number is 1601 to ensure a Mach number of 0.622 at exit. For the lower passage, a stagnation temperature of 300 K is imposed at inlet and the Reynolds number is 196.2 to ensure a Mach number of 0.080 at exit. The thermal conductivity of the plate is 237 W/mK.

Since hot and cold flows are computed separately in ANSYS® CFX 12.1, some initial wall boundary conditions have to be imposed to obtain the wall heat fluxes needed by C3D

module. The temperature at the solid-hot passage is 320 K, and for the solid-cold passage the temperature is 312 K.

The conjugate heat transfer computation in ANSYS® CFX 12.1 assembles computational domains of the hot passage, the cold passage, and the solid. A conservative interface flux is imposed at each solid-fluid interface. The heat flux will go from the boundary side of the fluid to the boundary side of the solid without any loss.

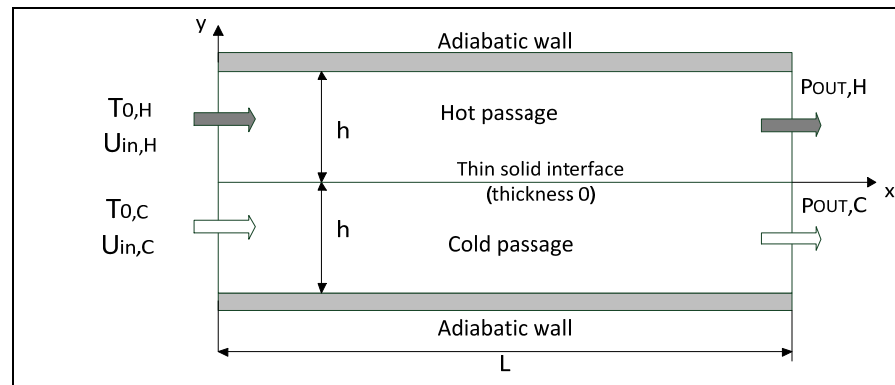


Figure 2.2 Schematic of parallel-flow

The second test case proposed from Wright (2004) (Figure 2.3 and Figure 2.4), is an anti-icing system with three rows of round jets tilted at an angle of -160° . The Wright's experimental data came from the NASA Icing Research Tunnel. Those data are compared with numerical results obtained using an implementation of Goldstein et al. (1986) correlation in LEWICE. Experimental data have a jet Reynolds number below the correlation valid range of application. Wright's numerical temperature and heat flux along the leading edge inner wall are computed using LEWICE.

For the internal computational domain used in ANSYS® CFX 12.1, jets enter the computational domain from hot air inlet holes of diameter $d=1.32$ mm and impinge the inner side of the airfoil skin near the leading edge. A uniform velocity, with a Mach number of 0.5, and a uniform temperature of 449.817 K are imposed at inlets. Inlets are located on the

inner side of the piccolo tube wall. Thus, the flow follows a small tube, formed by wall thickness, before exiting as a round circular jet with a velocity profile. The piccolo tube has a wall thickness of 1.32 mm and therefore the ratio of the jet inlet diameter and the tube length is 1. Air exits through channels formed by the inner-liner and the airfoil skin. At the top and the bottom, the channel widths are 0.001 m. The piccolo tube diameter is 0.038 m, and the flow inside the tube is not part of the computational domain. Figure 2.3 shows the wing and piccolo tube, with a velocity vector swept at an angle of 8° to the z axis. The computational domain used periodic planes, spaced 0.132m apart to reduce computational domain size. A 10 kPa pressure is imposed at channel exits. No-slip boundary conditions are imposed at the piccolo tube wall and at the airfoil skin.

In ANSYS® CFX 12.1, the piccolo tube wall is at a constant temperature of 449.817 K, and an adiabatic wall condition is imposed on the inner-liner wall. When calculations are done without coupling with the external flow, a constant temperature of 320 K is imposed on the inner side of the airfoil skin.

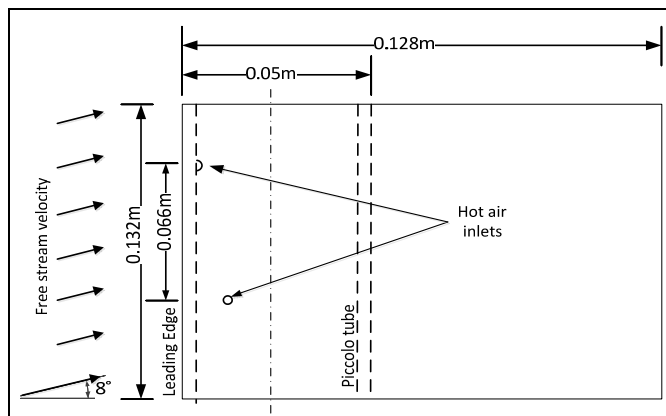


Figure 2.3 Anti-icing system (top view)

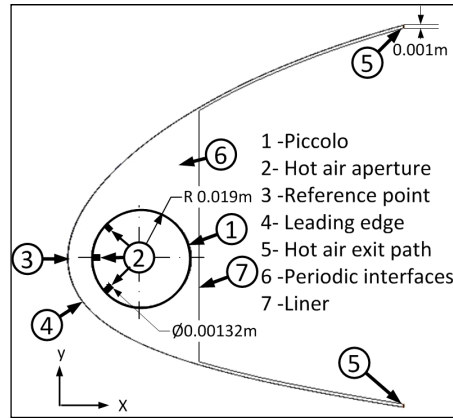


Figure 2.4 Anti-icing system (side view)

In ANSYS® CFX 12.1, the external flow field is representative of a dry airflow cooling an airfoil. Figure 2.5 illustrates the side and top view of the external flow computational domain. The NACA23014 section is placed at the center of the external domain, and the top view shows the external air velocity sweep angle of 8° to the z axis. A constant low velocity of 59.202 ms^{-1} with a 3° angle of attack is imposed at inlet with a constant inlet temperature of 268.2 K . Periodic boundary conditions are imposed on the two sides of the external domain, thus making it an infinite swept wing. Periodic planes are spaced 0.132 m apart. Opening boundary condition (ANSYS®, 2009b) is applied to both top and bottom surface of the external domain.

When calculations are done without coupling with the internal flow, a temperature of 300 K is imposed on the external protected airfoil surface placed in front of the leading edge (4) of Figure 2.4, and an adiabatic wall condition is imposed everywhere else. For simplicity reasons, for internal and external flow, a constant turbulence level of 1% and a turbulent viscosity ratio $\mu_t/\mu = 10^{-5}$ are used for calculation of k and ω values at inlet:

$$k_{in} = \frac{3}{2} I^2 U_{in}^2 \quad (2.21)$$

$$\omega_{in} = \rho \frac{k_{in}}{\mu_t} \quad (2.22)$$

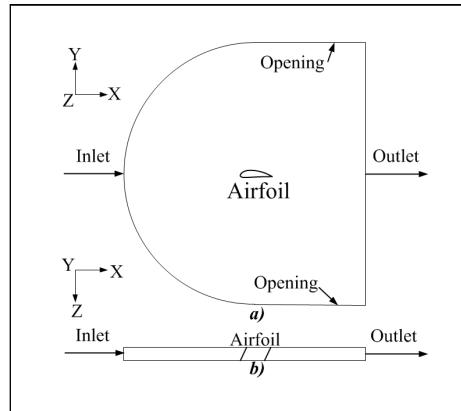


Figure 2.5 External flow field geometry:
a) side view and, b) top view

2.6 Numerical results

The two-stream parallel flow heat exchanger results are presented first, followed by results for the hot air anti-icing system. Some particular details of the meshes for the internal and external domains are presented. The grid convergence indexes are evaluated for the heat exchanger and the anti-icing system simulations.

For the two-stream parallel flow heat exchanger, for a zero thickness solid interface, numerical bulk temperatures and wall heat fluxes from ANSYS® CFX 12.1 are compared to numerical results from Miwa et al.(2009). Numerical results with a finite thickness solid interface are used to compare CHT3D/CFX results to ANSYS® CFX 12.1 results.

For the anti-/de-icing system test case, the heat transfer coefficients from ANSYS® CFX 12.1 and Wright's numerical results for a dry air case are first compared. Heat transfer coefficients from CHT3D/CFX for a wet air case are compared to conjugate heat transfer results from ANSYS® CFX 12.1 and Wright's numerical results for a dry air case. Then, temperature computed with CHT3D/CFX is compared to Wright numerical and experimental results (Wright, 2004).

2.6.1 Two-Stream Parallel Flow Heat Exchanger

2.6.1.1 Case of a zero thickness solid interface

Static temperature contours are plotted in Figure 2.6 for high velocity in the upper passage combined with low velocity in the lower passage. Arrows show the flow direction. Since the total height (100 μm) is small compared to the channel length (12 700 μm), only the temperature contours in the zones near the two channel extremities are presented. Clear gray is used for high temperature contours and dark gray is used for low temperature contours. Since the outlet Mach number in hot passage is 0.622, kinetic energy is more important at exit than for cold passage exit, with a Mach number of 0.080. This is why the static temperature is lower in the hot passage than in the cold passage near exit. The bulk static temperature at a cross section T_b is defined as:

$$T_b = \frac{\int \rho C_p u T dy}{\int \rho C_p u dy} \quad (2.23)$$

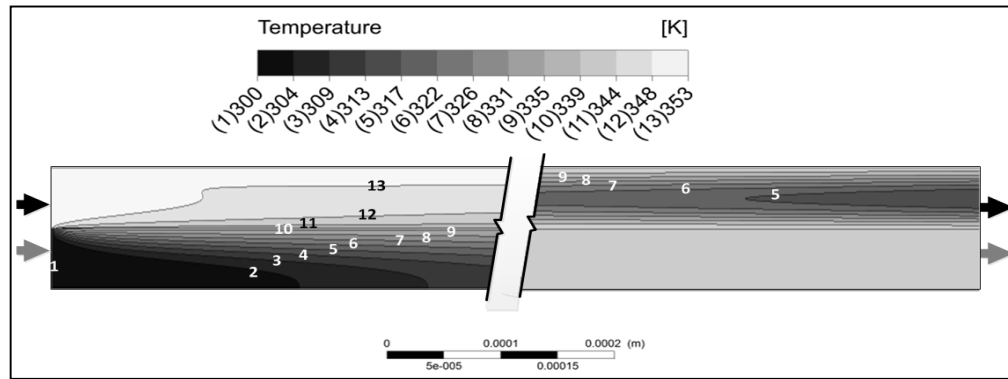


Figure 2.6 Temperature contours obtained with ANSYS® CFX 12.1 for $Re_H=1326.4(Ma_{out,H}=0.622)$ and $Re_C=163.6(Ma_{out,C}=0.080)$

Figure 2.7 and Figure 2.8 compare the bulk temperature evolution against the dimensionless distance x/L for two different Ma and Re numbers in upper passage. ANSYS® CFX results

for hot and cold passage, named respectively CFX hot and CFX cold, are compared with Miwa et al.(2009) results, named respectively ALE hot and ALE cold. The curves intersection at distance $x/L=0.35$ in Figure 2.7 is a temperature inversion point. The temperature inversion in both passages is only observed for high velocity flow in hot passage combined with low velocity flow in cold passage.

There is no temperature inversion in the other simulation, as seen in Figure 2.8 with low velocity flow in hot passage and low velocity flow in cold passage. The temperature evolutions computed with ANSYS® CFX 12.1 agree with Miwa et al. (2009) results.

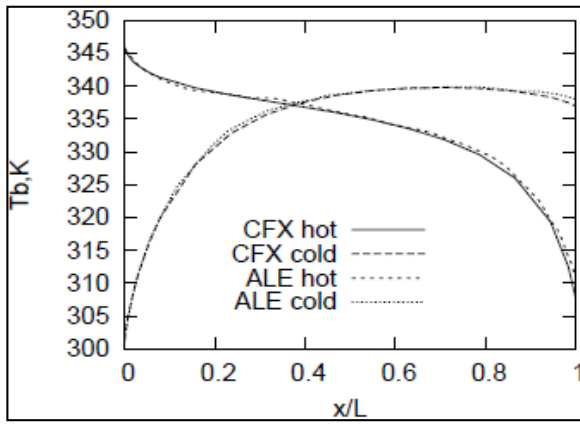


Figure 2.7 Bulk temperature for $Re_H=1326.4$ ($Ma_{out,H}=0.622$) and $Re_C=163.6$ ($Ma_{out,C}=0.080$)

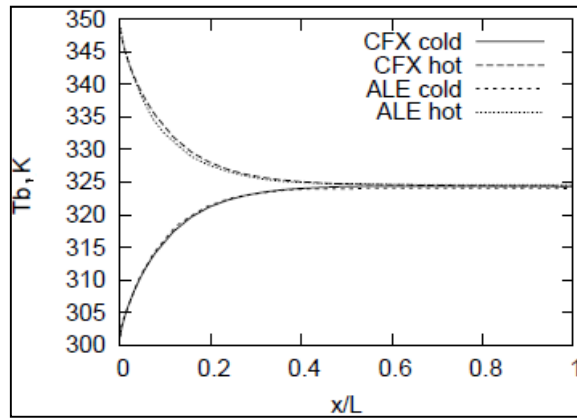


Figure 2.8 Bulk temperature for $Re_H=168.7$ ($Ma_{out,H}=0.081$) and $Re_C=170.5$ ($Ma_{out,C}=0.082$)

A grid refinement study is done following a method suggested by Roache (Roache, 1994) to evaluate the Grid Convergence Index (GCI), representative of the numerical error. The GCI is evaluated using three meshes. The coarser mesh has 400×20 nodes, the same number of nodes used by Miwa et al.(2009), the medium mesh has 800×40 nodes and the finer mesh has 1200×60 nodes. Figure 2.9 shows the wall heat flux at the solid interface plotted against the dimensionless distance x/L . A positive heat flux means that heat enters the cold passage, whereas a negative heat flux means that heat leaves the cold passage. The wall heat flux values obtained with coarse mesh are compared to those obtained with the medium and the

fine mesh at the corresponding node. As shown in Figure 2.9, curves are coincident. The average GCI of the wall heat flux is evaluated to be 0.6373% using the medium mesh.

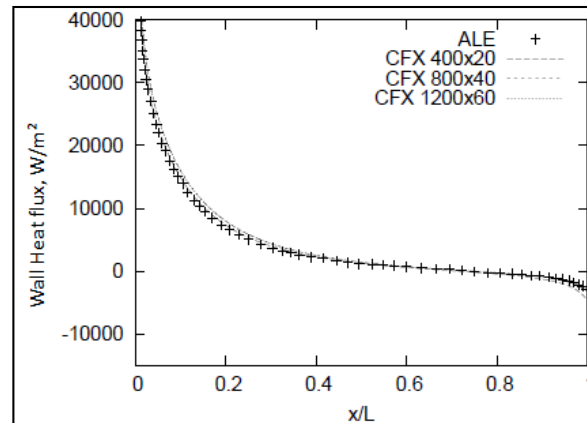


Figure 2.9 Wall heat flux for 400×20, 800×40 and 1200×60 nodes (without solid)

2.6.1.2 Case of solid interface of finite thickness

Now that ANSYS® CFX 12.1 results are validated for a zero thickness solid interface, CHT3D/CFX results are compared with ANSYS® CFX 12.1 results for a thick solid interface.

In Figure 2.10, the wall heat fluxes are plotted against dimensionless distance x/L . The wall heat fluxes are plotted for comparison between ANSYS® CFX 12.1 (named CFX 12.1) and CHT3D/CFX. The solid-hot passage interface heat flux is designated by $q_{w,H}$ and is plotted in the bottom of the figure. The solid-cold passage interface heat flux is designated by $q_{w,C}$ and is plotted in the top of the Figure 2.10. For the hot passage, a negative heat flux means that heat leaves the passage. As shown on Figure 2.10, the results from CHT3D/CFX are in good agreement with the results from ANSYS® CFX 12.1.

The relative errors based on the wall heat flux, defined by Eq.(2.24), are 6.2% and 4.6% for the hot passage interface and for the cold passage. The relative error evolution with x/L is plotted in Figure 2.11. The error is very small on most of the solid-fluid interfaces. The error seems to be high for the cold passage near the first 10% of the channel, but this is caused by the relative error definition used. The heat fluxes near inlet are high, around 40 000 W/m²K, and are divided by the average heat flux value, an order of magnitude lower.

$$\varepsilon_{relative}(\%) = \left| \frac{(q_{w,CFX} - q_{w,CHT3D/CFX})}{q_{w,CFX}} \right| \times 100 \quad (2.24)$$

Figure 2.12 display the bulk temperature as defined before using Eq (2.23). The bulk temperature results are from ANSYS® CFX 12.1 and from CHT3D/CFX. This figure is to be compared with Figure 2.7 results for a zero thickness solid interface. The curve intersection at distance $x/L=0.39$ is a temperature inversion point. For a zero thickness wall interface, the inversion point was at $x/L=0.35$. The downstream displacement of the inversion point is resulting from the axial conduction in the solid. For a non zero solid thickness, some of the heat flux coming into the solid from the hot interface does not cross directly to the cold interface but instead it goes in the x direction following temperature gradient inside the solid. Also, this causes a small difference in T_b only for the cold flow near exit. Using Eq.(2.24), with the bulk temperature from Figure 2.12 instead of the wall heat flux, the relative error for both hot and cold flow is evaluated to be 0.1%.

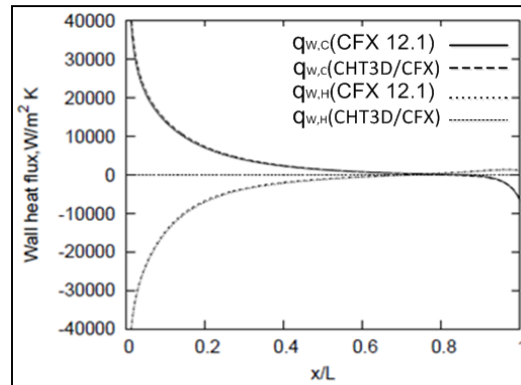


Figure 2.10 Wall heat fluxes comparison: CHT3D/CFX and ANSYS® CFX 12.1 for 5 μ m thick solid interface

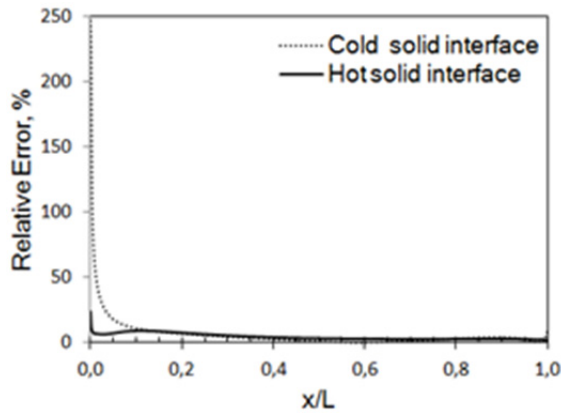


Figure 2.11 Relative error on heat fluxes: ANSYS® CFX 12.1 vs CHT3D/CFX

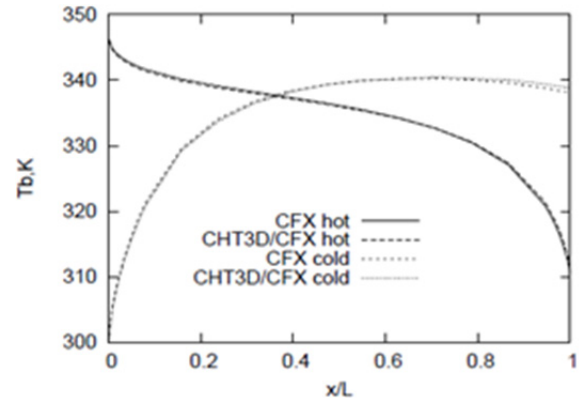


Figure 2.12 Bulk temperature for $Re_H=1601$ ($Ma_{out,H}=0.622$) and $Re_C=196.2$ ($Ma_{out,C}=0.080$) for a $5\mu\text{m}$ thick solid interface (ANSYS® CFX 12.1)

Results from ANSYS® CFX 12.1 for a zero thickness solid interface are in good agreement with numerical results from Miwa et al.(2009). Results obtained with the conjugate heat transfer procedure of ANSYS® CFX 12.1 using hot high velocity and cold low velocity flows, and solid conduction compared well with CHT3D/CFX for a non-zero solid interface thickness. The CHT3D/CFX procedure will now be used for computation on more complex geometry representative of an anti-icing system where the conjugate heat transfer is performed using internal and external flow and solid conduction in the airfoil skin.

2.6.2 Anti-icing system

The selected experimental test case geometry is complex, and some assumptions were needed to achieve the mathematical model. The model uses the ideal gas law assumption for air, the flow is assumed to be steady, and radiations are neglected. The Tableau 2.1 lists the test conditions used in IRT experiments (Wright, 2004).

2.6.2.1 Internal flow

The internal flow geometry is representative of a jet warming an airfoil leading edge. The mesh used is shown on Figure 2.13. Prismatic element layers are used near all walls, and tetrahedral elements are used elsewhere. To ensure $y^+ \leq 2$, for medium mesh the prism layer thickness is set to 4×10^{-4} m with 20 prismatic layers and a growth ratio of 1.1.

The jet cores are refined from the inlet to the wall in the leading edge area as detailed in Figure 2.13-*a*. Runback zones in front of the jets and along the airfoil are also refined (Figure 2.13-*b*).

In Figure 2.14, two cross-section views are used to plot the streamline velocity contours. The left one contains the jet centerline 1 and the right one contains the jet centerlines 2 and 3. Stagnation, fountain, and reattachment points are also plotted and are represented by ball, octahedron and cube symbols. These points are defined to localize important geometric features used later in heat transfer coefficient figures. Figure 2.14 shows large vortices aligned with the piccolo tube in upper and lower sides of the jet core.

Tableau 2.1 Test conditions

$T_{0,air}$ (K)	268.2
V_{air} (m/s)	59.202
$MVD(\mu\text{m})$	29
LWC (g/m ³)	0.87
AOA (°)	3
Time (min)	22.5
\dot{m}_{jet} (kg / s)	0.000327394
$T_{0,jet}$ (K)	449.817

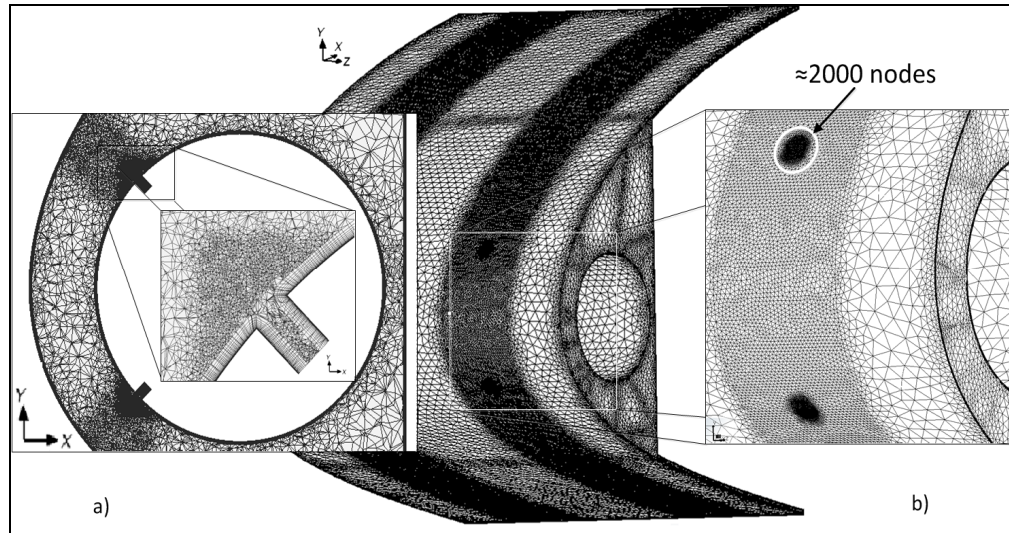


Figure 2.13 Internal flow domain mesh: a) zoom on jet core refinement region and prism layers; b) front view of the leading edge

In the same cross-section views, Mach number contours are plotted in Figure 2.15. Velocity profiles in the three jets prior entering the large computation domain are a results of the non-slip condition imposed in the small cylinders just after inlets as shown in the zoom of the Figure 2.15. The flow in the core of the jet is accelerated from $Ma = 0.5$ to 0.67 and decelerated to $Ma=0$ at the stagnation points.

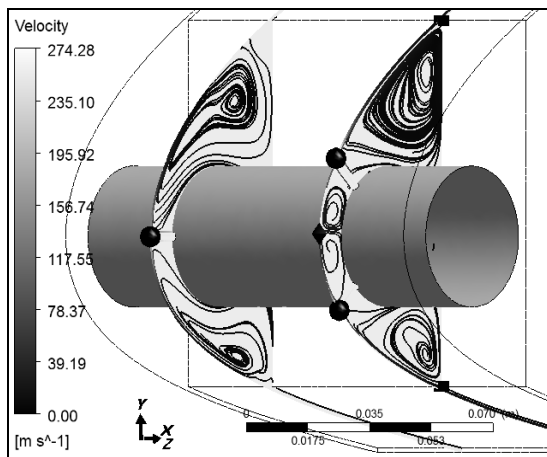


Figure 2.14 Velocity streamlines (ANSYS® CFX 12.1) in two cross-section views

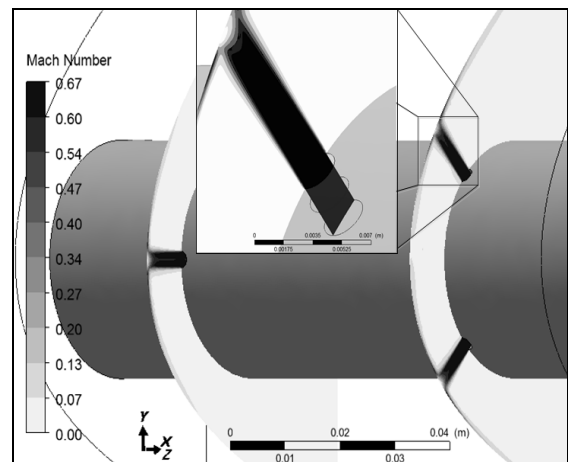


Figure 2.15 Isocontours of Ma in two cross-section views

Regarding the two streams parallel flow heat exchanger of the previous section, a grid refinement study is done for this case to evaluate the GCI for the internal flow. The GCI is defined following Roache (1994) procedure for unstructured grid refinement.

$$GCI = \frac{F_s |\varepsilon|}{r^p - 1} \quad (2.25)$$

In the present study, for two grids of spacing h_1 and h_2 , the safety factor $F_s = 3$, the theoretical order of the method $p = 2$, and the refinement ratio $r = h_2/h_1 = 4$. The relative error ε is defined as

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \quad (2.26)$$

where f is either $\bar{h}(area)$, $\bar{h}(curve)$ or $\bar{h}_{max}(curve)$.

Three meshes are used, keeping the same number of prismatic layers but with a different prism layer thickness. For the finer mesh, the prism layer thickness is 1×10^{-4} m, and for the medium and coarse mesh, it is 4×10^{-4} m, but with 16 prismatic layers for the coarse mesh. The coarser mesh has 3×10^5 nodes, the medium mesh has 1.5×10^6 nodes, and the finer mesh has 8×10^6 nodes.

The GCI are evaluated using the area average heat transfer coefficient $\bar{h}(area)$ on the airfoil wall, the curve average, $\bar{h}(curve)$ and the maximal $\bar{h}_{max}(curve)$ on the curve. The curve is extracted from the airfoil wall intersection with the plan containing the superposed jet centerlines. The local heat transfer coefficient is defined by equation (2.27).

Tableau 2.2 lists different GCI values for medium and fine meshes.

$$h = \frac{q_w}{(T_{wall} - T_{0,jet})} \quad (2.27)$$

Tableau 2.2 Different GCI evaluated for two meshes: medium and fine

	Medium	Fine	GCI
N° nodes	1541505	8×10^6	
$\bar{h}(area)$	2.9268	3.1348	0.0938
$\bar{h}_{max}(curve)$	8.645	9.2122	0.0924
$\bar{h}(curve)$	93.0506	99.0569	0.0910

The curve average GCI is evaluated to be 9.24%. The other GCI evaluated are shown in Tableau 2.2. GCI values for different heat transfer coefficient are almost the same and it can be verified that major error occurs in three regions for jet 2 and 3 centerlines results. The first region is at the stagnation regions for $-0.02845 \leq s/c \leq -0.0188$, and $0.1755 \leq s/c \leq 0.0784$ -(ball symbol in Fig 14). The GCI corresponding for these two stagnation regions are 34% and 14% respectively. The second one is between the two adjacent flows in fountain region (octahedron symbol in Fig 14) at $s/c = 0.0033$. The GCI is evaluated to be 16%. The third one occurs at the reattachment points (cube symbol in Fig 14) at $s/c = 0.0784$ and $s/c = -0.0716$ corresponding to the upper and lower inlet channels locations. The corresponding GCI for these two points is 15%. The different GCI values are quite the same, despite the heat transfer definition used. The GCI values are still high for the medium mesh, but given the complexity of the flow, and the other expected numerical errors when coupling with external flow field, the medium mesh will be used to compute the internal flow and the corresponding heat transfer.

The heat transfer coefficients on the internal wall of the airfoil leading edge corresponding to jet 2 and 3 centerline, and jet 1 centerline are plotted in Figure 2.16 and Figure 2.17 respectively. The heat transfer coefficients are plotted against the dimensionless distance s/c . The zero in Figure 2.16 corresponds to the fountain point, and it corresponds to the

stagnation point in Figure 2.17. The curves show that the wall heat transfer coefficient reaches maximum values in the vicinity of the jet stagnation point for $-0.035 \leq s/c \leq 0.015$ and $0.015 \leq s/c \leq 0.035$ in Figure 2.16 and for $-0.015 \leq s/c \leq 0.015$ in Figure 2.17.

An important observation is made near the stagnation region. A close-up of the stagnation region is shown in the inset in Figure 2.16 within $-0.034 \leq s/c \leq 0$. The grid in this region is refined as shown in Figure 2.13-b, and the number of nodes in this region are about 2000. The first maximum value occurs a little after the stagnation point for the heat transfer coefficient. A similar phenomenon is also observed in previous jet impingement studies done by Park et al.(2003) and Heyerichs. et al.(1996). It occurs when a constant velocity and turbulent profiles are used at jet inlet. The second maximum value is also observed for specific jet entrance to impinging wall spacing. Finally, both heat transfer coefficients from Wright and ANSYS® CFX 12.1 increase near channel entrance, around $s/c = 0.075$.

ANSYS® CFX 12.1 results predict higher heat transfer coefficients than Goldstein correlation. The Goldstein correlation has been derived for a single jet impinging on a straight wall. The correlation parameters are the distance on surface between jet impingement point and local position, jet Reynolds number, and distance between jet entrance and wall. Compressibility effects are not taken into account. Its application to this type of flow where jets interact together has not been validated. However, we will see later that surface temperature predictions are not that much affected by these higher heat transfer coefficients.

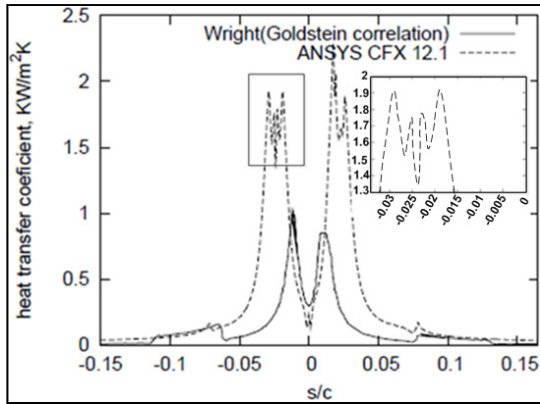


Figure 2.16 Heat transfer coefficient for internal flow, along a line formed by intersection of inner surface and a plane cutting jet 2 and 3 at centerline

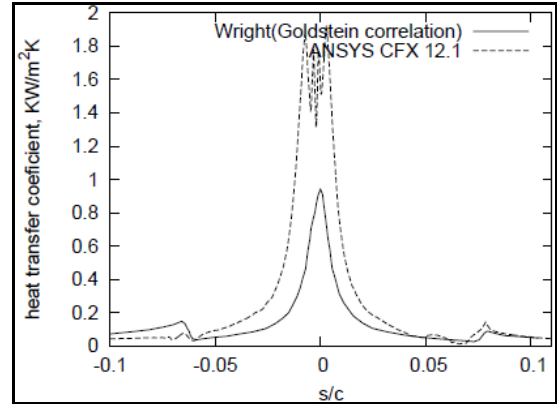


Figure 2.17 Heat transfer coefficient for internal flow, along a line formed by intersection of inner surface and a plane cutting jet 1 at centerline

2.6.2.2 External flow

Figure 2.18 is a 2D global view of the hexahedral elements used to mesh the external domain with detailed view of the mesh near the airfoil. The external flow is representative of the flow cooling an airfoil at low velocity. The first hexahedral layer near the airfoil wall is located 4×10^{-6} m apart from surface and a growth ratio of 1.1 is applied. The number of nodes in the x , y , z direction respectively is $180 \times 100 \times 100$. After a solution is obtained, y^+ contours are plotted on the airfoil wall to verify the quality of the near wall mesh (Figure 2.19). The maximum value, below 1, is located in the leading edge area.

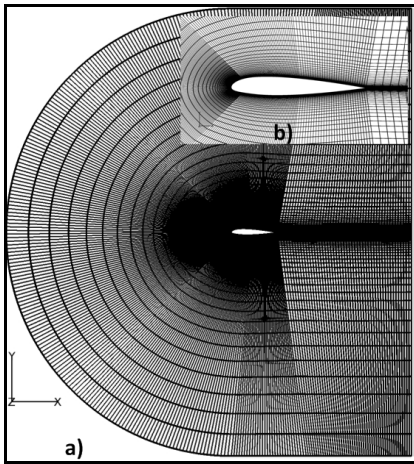


Figure 2.18 External mesh with hexahedral elements:
a) global view, b) zoom on airfoil

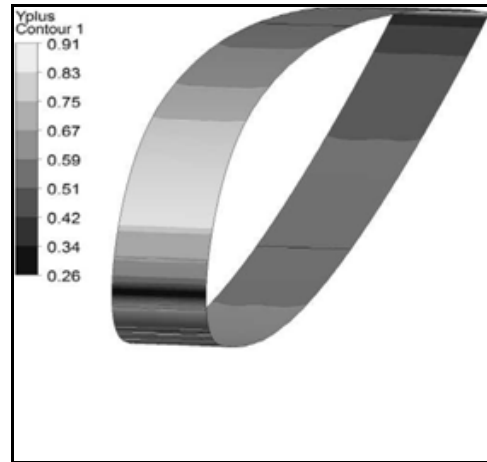


Figure 2.19 y^+ isocontours (ANSYS® CFX 12.1)

Pressure coefficients are plotted in Figure 2.20 against dimensionless distance x/c , where c is the NACA 23014 airfoil chord. Results are compared to Xfoil (XFOIL, 2001) results. In Xfoil, the flow is considered viscous with a Reynolds number of 6.9×10^6 and $AOA = 3^\circ$. Results from ANSYS® CFX 12.1 are in good agreement with data from Xfoil. Except for a small zone on the upper surface around $x/c = 0.1$, where discrepancy is apparent. But the swept angle is not taken into account by Xfoil and that may explain the discrepancy.

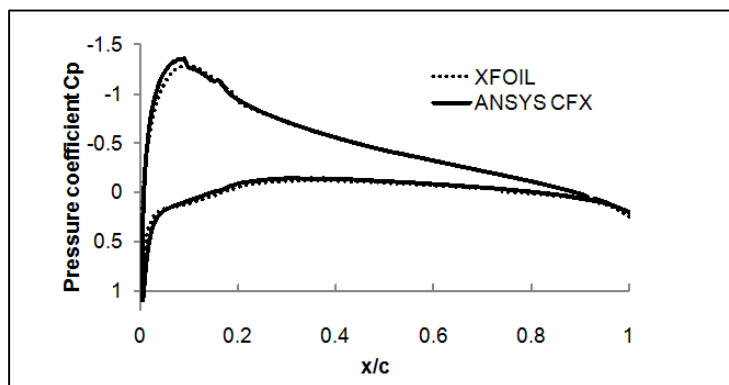


Figure 2.20 Pressure coefficient C_p (ANSYS® CFX 12.1 vs Xfoil) $Re = 6.9 \times 10^6$, $AOA = 3^\circ$

2.6.2.3 Conjugate heat transfer

In this section, temperature comparisons with experimental data are presented. Thermocouples placed on the inside of the airfoil skin are used to obtain experimental temperatures. Coordinates of the thermocouple locations are listed in Tableau 2.3. Temperatures at span wise cross-sections are also compared to experimental and Wright data.

Tableau 2.3 Thermocouples locations: cutting plane 1 (left), cutting plane 2 (right)

<i>TC</i>	<i>x(m)</i>	<i>y(m)</i>	<i>z(m)</i>	<i>TC</i>	<i>x(m)</i>	<i>y(m)</i>	<i>z(m)</i>
TL1	0.0483	-0.0390	-0.0058	TL8	0.0467	-0.0385	-0.0038
TL2	0.0272	-0.0316	-0.0287	TL9	0.0259	-0.0311	0.0193
TL3	0.0083	-0.0200	-0.0135	TL10	0.0075	-0.0191	0.0041
TL4	0.0000	0.0008	-0.0211	TL11	0.0000	0.0005	0.0112
TL5	0.0035	0.0175	-0.0211	TL12	0.0033	0.0169	0.0112
TL6	0.0112	0.0330	-0.0135	TL13	0.0105	0.0318	0.0193
TL7	0.0216	0.0467	-0.0287	TL14	0.0204	0.0453	0.0041
				TL15	0.0321	0.0576	0.0269

Heat transfer coefficients obtained for curvilinear axis aligned with the center jet span wise location are presented in Figure 2.23 and Figure 2.24. According to the test conditions from Tableau 2.1, the heat transfer coefficients computed with CHT3D/CFX are compared to the ones from Wright (2004) and conjugate heat transfer numerical results from ANSYS® CFX 12.1. The ANSYS® CFX 12.1 conjugate heat transfer is computed without droplet impingement and ice accretion. The span wise heat transfer coefficient values are plotted against the dimensionless distance s/c . The zoom in Figure 2.23 shows the heat transfer coefficient at stagnation point along a line formed by intersection of inner surface and a plane cutting jet 2 and 3 at centerline.

The flow is quite complex, with large recirculation areas, as shown earlier in Figure 2.14. They cause an increase in heat transfer in the stagnation areas, because of the fluid acceleration. CHT3D/CFX predicts higher heat transfer than Wright in the impingement areas. The jet stagnation point from CHT3D/CFX seems to be slightly shifted from Wright's jet stagnation points, but it is hard to tell because of the higher heat transfer values. The stagnation area seems also larger in the s/c direction. CHT3D/CFX predicts the same heat transfer coefficients than Wright in the areas from $-0.151 \leq s/c \leq -0.0716$ and $0.0784 \leq s/c \leq -0.163$ for the jet 2 and 3 centerline span wise location. The same comment can be said for the jet 1 centerline span wise location.

An example of the numerical temperature isocontour map obtained with CHT3D/CFX at a cross section ($z = -0.33\text{m}$) of jet 2 and 3 centerline is presented in Figure 2.21. Temperature contour map on the airfoil leading edge obtained with CHT3D/CFX in isometric view is shown in Figure 2.22. Figure 2.21 shows the static temperature contours with the external, internal, and solid domains computed by CHT3D/CFX. Each contour domain has his own colormap gray scale. The zoom view in Figure 2.21 focuses on both solid-fluid interfaces during the conjugate heat transfer using CHT3D/CFX. The maximum temperature reached at the internal skin of the airfoil is 333 K and 268 K at the external skin. Maximum temperature occurs at the jet stagnation area on the airfoil wall. The isocontours are perpendicular to the airfoil walls not close to the jet stagnation area, indicating that energy is removed from the stagnation areas by conduction inside the airfoil skin.

Those figures show the capability of the new module CHT3D/CFX to evaluate the conjugate heat transfer. The heat transfer coefficients are calculated over all the 3D airfoil skin during the conjugate heat transfer computation instead of using imposed values from correlation on the internal side.

The ANSYS® CFX 12.1 and the CHT3D/CFX results are in good agreement. The CHT3D/CFX procedure computes the internal wall heat flux from ANSYS® CFX 12.1 but considers the interaction with ICE3D runback water film calculation. The heat transfer from

ANSYS® CFX 12.1 is computed in dry mode, without runback water film. ANSYS® CFX 12.1 predicts higher heat transfer coefficients than CHT3D/CFX but that does not mean that heat fluxes are higher. The heat transfer coefficient definition divides heat flux by the difference between locally inner wall temperature and jet temperature. Although not shown here, the wall temperatures are colder when water runback is present.

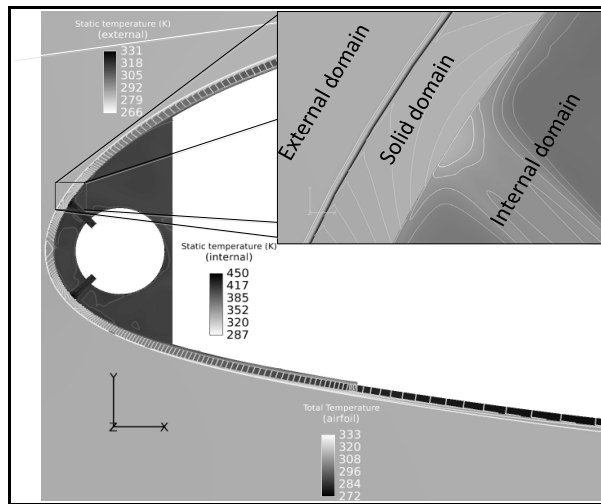


Figure 2.21 Numerical isocontour map of the static temperature at a cross-section cutting jet 2 and 3 at centerline

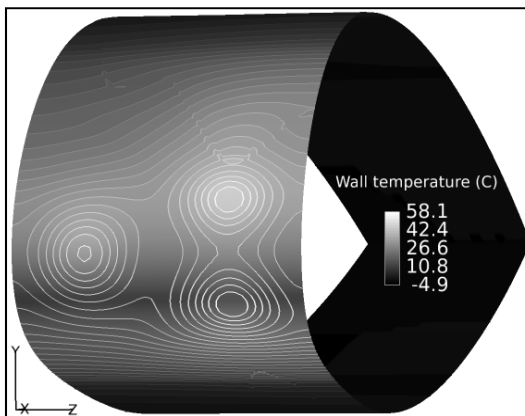


Figure 2.22 Numerical isocontour map of the wall temperature (C)

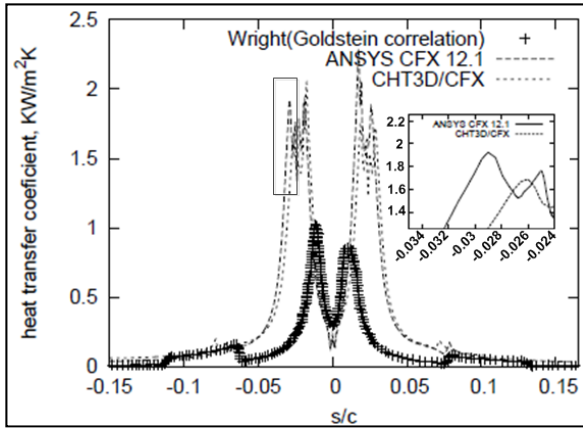


Figure 2.23 Heat transfer coefficient along a line form by intersection of inner surface and a plane cutting jet 2 and 3 at centerline (CHT3D/CFX, CFX 12.1 and Wright)

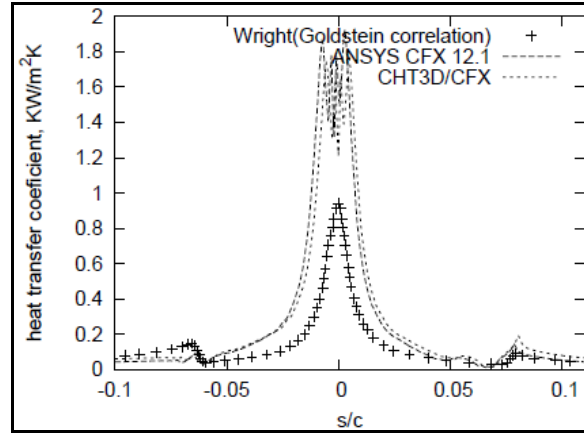


Figure 2.24 Heat transfer coefficient along a line form by intersection of inner surface and a plane cutting jet 1 at centerline (CHT3D/CFX, CFX 12.1 and Wright)

Figure 2.25 and Figure 2.26 compare temperature extracted from the internal wall at the airfoil leading edge at two experimental span cross-sections according to Tableau 2.3. The temperature distribution from CHT3D/CFX is compared to that from Wright numerical results and experimental data (Wright, 2004). The lines in these figures represent interpolated value between the measure points. At the same span cross-sections according to Tableau 2.3, Figure 2.27 and Figure 2.28 compare wall heat flux and heat transfer coefficient from CHT3D/CFX and Wright numerical results. Because of the numerical and experimental errors, temperature profiles on the span cross-section locations are not exactly matched. The temperature profiles at span cross-section 1 and at span cross-section 2 are similar, and are between 295 K and 325 K. CHT3D/CFX temperatures at span cross-section 1 are higher than experimental values. CHT3D/CFX temperatures at span cross-section 2 are in good agreement with experimental and Wright numerical data. Because the CHT3D/CFX predicted internal heat transfer coefficients are higher than the ones used by Wright as shown in Figure 2.27 and Figure 2.28, the predicted wall temperatures are lower. Figure 2.27 and Figure 2.28 also present the wall heat fluxes on the right axis. The left and right axis scales are selected such that, for CHT3D/CFX, the heat transfer coefficients and the wall heat flux curves are juxtaposed. Surface temperature variations are small compared to heat transfer

coefficient denominator, $T_{wall} - T_{0,jet}$. The runback water film and the external flow heat transfer coefficients may be more critical for surface temperature prediction, but further investigations with other turbulent models such as LES are needed.

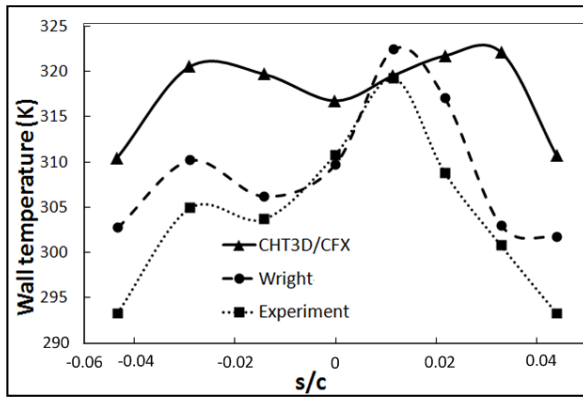


Figure 2.25 Temperature comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE and Experimental-at span cross-section 1 location

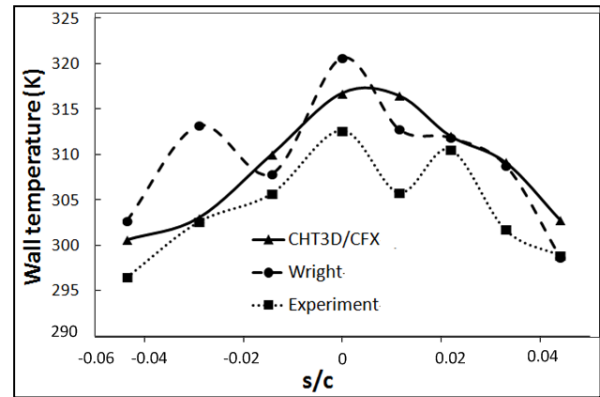


Figure 2.26 Temperature comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE and Experimental-at span cross-section 2 location

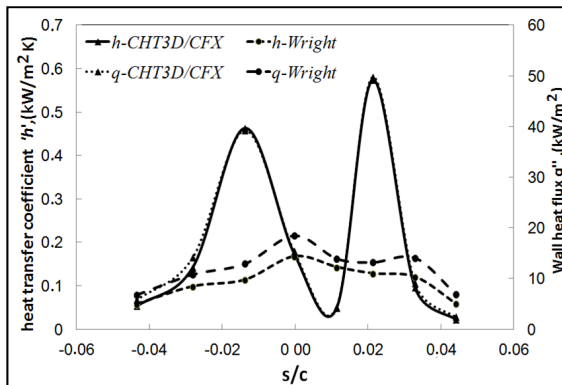


Figure 2.27 Wall heat flux and heat transfer coefficient comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE at span cross-section 1 location

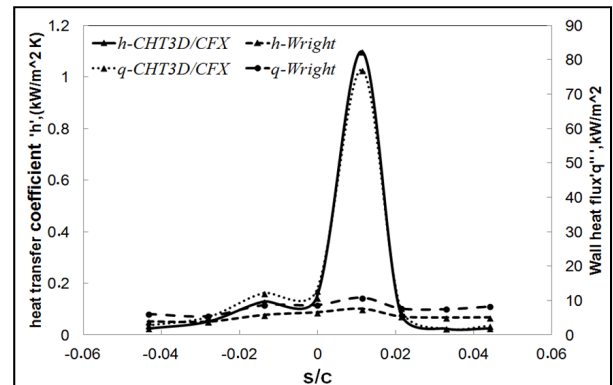


Figure 2.28 Wall heat flux and heat transfer coefficient comparison: CHT3D/CFX vs LEWICE at span cross-section 2 location

2.7 Conclusion

Using commercial CFD codes, FENSAP-ICE and ANSYS® CFX 12.1, and a new procedure CHT3D/CFX, the heat transfer coefficients and the temperatures are calculated using

conjugate heat transfer methodologies. The results are compared with literature data to validate the new CHT3D/CFX procedure. For parallel flow heat exchanger, conjugate heat transfer results compare well with numerical results from literature. For a piccolo tube anti-icing system and a particular airfoil shape exposed to wet airflow, conjugate heat transfer results are presented. Although the flow is complex, numerical results agree with literature. For wet air case, numerical temperatures are compared to experimental results at corresponding locations. They are also compared to other numerical results. CHT3D/CFX temperatures are close to the experimental temperature, even if the computed internal coefficients of heat transfer are higher than the ones predicted by a correlation used in literature.

Acknowledgments

This work is supported in part by the Natural Science and Engineering Research Council of Canada.

CHAPITRE 3

ARTICLE#2: NUMERICAL STUDY OF A HOT-AIR-BASED AIRCRAFT WING ANTI-ICING SYSTEM USING THE BOX-BEHNKEN DOE APPROACH

Ridha Hannat^{1,4}, François Morency^{2,4} and L Decoster^{3,5}

¹ Ph.D. Student, Mechanical Engineering

² Professor, Mechanical Engineering

³ Undergraduate Student, Mechanical and Aeronautical Engineering

⁴ Department of Mechanical Engineering, École de Technologie Supérieure, Montréal, 1100
Notre-Dame Ouest, Québec, Canada, H3C 1K3

⁵ École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, Chasseneuil du Poitou,
France

Article publié et nommé meilleur article en 2013 dans le journal “Transactions of the
Canadian Society for Mechanical Engineering”. Volume 37, N°1

3.1 Préface du deuxième article

Le deuxième article est dédié à la deuxième étape de la méthodologie proposée. L’objectif de cet article est l’application du plan d’expérience Box-Behnken pour faire une étude paramétrique par la méthode RSM du système d’antigivrage à tube piccolo. Ce plan d’expérience sert à couvrir l’espace de design d’un système d’antigivrage avec le moins de simulations possibles. Le nombre de simulations correspond au nombre des combinaisons des variables de design. Les combinaisons de ces variables sont regroupées dans la matrice d’analyse du plan d’expérience Box-Behnken. La fonction objectif est calculée pour chaque simulation.

Les valeurs numériques des variables de design selon la matrice d’analyse et les valeurs numériques de la fonction objectif servent, dans le troisième article, à la construction du métamodèle de la fonction objectif par l’application de la méthode du krigeage dual.

Dans ce deuxième article, deux cas sont choisis pour réaliser cette étude paramétrique. Le premier cas, réalisé par le troisième coauteur L. Decoster, est un jet non confiné impactant sur une plaque plane axisymétrique. Le deuxième cas se rapporte au système d'antigivrage à tube piccolo déjà étudié dans le premier article.

3.2 Abstract

This article proposes the use of the Box-Behnken design of experiment (DoE) methodology to study an aircraft anti-icing system. The anti-icing system consisted of a piccolo tube with round apertures for producing air jets inside a wing. Mass flow, jet to wall distance, and jet impact angle were varied, starting from an initial design, in order to maximize heat transfer effectiveness. A conjugate heat transfer procedure from commercial CFD software was used to solve for cold air external flow, compressible internal flow, and thermal conduction in the airfoil skin. The DoE methodology was validated using a single impinging jet. A quadratic model of the heat transfer effectiveness of the anti-icing system was then built using the methodology and the maximal value was sought.

Keywords: anti-icing; conjugate heat transfer; design of experiment

3.3 Introduction

In order to reduce the risk of accidents (NTSB), Canadian civil aviation safety authorities allow flight under icing conditions only if critical portions of the aircraft are protected by either anti-icing or de-icing systems, as set forth in regulation 701.25 (*Canadian Aviation Regulations, Aircraft Icing Operations*, July 04 2012). Anti-icing systems are commonly used for the continuous protection of wing leading edges, with heat provided usually by hot air circulating inside the wing. This is the type of protective system studied in this paper.

The efficiency of thermal anti-icing systems depends on several parameters, in particular on the amount of water impinging on the wing (external flow) and on heat loss by convective flux. It also depends on heat generation by the anti-icing system. Design of experiment

(DoE) could be used advantageously to conduct parametric studies of efficiency. Based on the few published detailed parametric studies of hot-air-based anti-icing systems, the most influential parameters can be identified.

Fregeau et al.(2003) established a correlation for the Nusselt number based on jet nozzle-to-surface spacing, jet mass flow rate and jet nozzle-to-nozzle distribution. The average Nusselt number correlation was found to depend strongly on jet nozzle-to-surface spacing. The maximal Nusselt number occurred at the jet stagnation point and depended mainly on mass flow rate, while the jet nozzle-to-nozzle spacing effect was negligible.

Saeed et al.(2008) used a commercial computational fluid dynamics (CFD) flow solver to model the different hot-jet arrangements of an anti-icing piccolo system with a curved impingement surface. The study revealed that a single jet array and a jet array staggered at 20 degrees yielded better surface heat transfer than the same jet array staggered at 10 degrees.

Brown et al (2002) used 2D experiments to devise a correlation for heat transfer in an aircraft nacelle anti-icing system. The average Nusselt number was correlated with jet nozzle diameter and the impinging jet mass flow rate per unit area.

Papadakis et al.(2010) (2006) studied the effect of piccolo tube design, diffuser geometry, jet temperature, and jet mass flow rate on system performance. They concluded that wing skin temperature depends on the jet temperature and mass flow rate and on anti-icing system geometric parameters such as jet inclination.

Pellissier et al.(2011) presented a methodology for optimizing a hot-air anti-icing system using a single objective function based on three geometric parameters, namely piccolo tube position, tilt angle and spacing between jets. The internal flow local convection coefficient was deduced from the correlation of Goldstein et al.(1986).

The goal of the present study is to build a parametric model of heat transfer effectiveness as an objective function based on three variables, namely jet inclination, jet nozzle-to-surface spacing, and jet mass flow rate, from a database populated using CFD and using the Box-Behnken design-of-experiment method. To the best of our knowledge, the Box-Behnken DoE method has not been applied previously to the study of anti-ice protective systems for aircraft wings. The resulting model should facilitate the design of hot-air anti-icing systems.

We begin by describing the mathematical model and the numerical method used to solve the conjugate heat transfer (CHT) problems based on DoE methodology. The use of a single round-nozzle impinging jet for methodology validation and the hot-air-based anti-icing system test cases are then presented. We then validate the CFD results against published results. Finally, optimization results obtained using parametric models are discussed.

3.4 Mathematical Model and Numerical Method

The commercial flow solver ANSYS® CFX 12.1 was used for CFD computation. A brief presentation of the specific mathematical model and the numerical method used for the calculation is presented below.

3.4.1 Mathematical Model

Airflow was deemed compressible and turbulent. Air properties were presumed to follow the ideal gas law:

$$p = \rho RT \quad (3.1)$$

The compressible RANS equations for eddy-viscosity-based turbulence models are expressed as follows:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot ((\mu + \mu_t)(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_{tot}) = \nabla \cdot \left(\lambda \nabla T + \frac{\mu_t}{Pr_t} \nabla h \right) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot (\tau - \rho \overline{u \otimes u})) + S_E \quad (3.4)$$

The viscous work $\nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot (\tau - \rho \overline{u \otimes u}))$ was taken into account in the energy equation Eq. (3.4). For the CHT problem, equation (3.5) was solved in the solid domain with the subscript “s” referring to solid:

$$\frac{\partial(\rho_s h_s)}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + S_E \quad (3.5)$$

The CFD solutions for external flow, internal flow and solid conduction were coupled using the CHT procedure of ANSYS® CFX 12.1. Air temperature was presumed equal to solid temperature at air solid interfaces and heat fluxes were presumed conserved.

The $k-\omega$ SST turbulence model equations used for the turbulent viscosity calculation are detailed in Menter (1994). The $k-\omega$ SST model of ANSYS® CFX 12.1 allows a smooth transition between logarithmic interpolation functions and modeling the laminar boundary layer if the first mesh node meets the condition $y^+ < 1$.

3.4.2 Numerical Method

Equations (3.2) to (3.4) and the turbulence model equations were solved using a collocated finite volume method. The ideal gas law Eq.(3.1) relates density to pressure and temperature. From equations (3.2) and (3.3), a system of linearized equations was built and solved. Using

the velocity field, the energy equation (3.4) and the turbulence model were then solved sequentially. The linearized equations were solved using an algebraic multi-grid method. The equation system was solved iteratively and was assumed to have converged sufficiently when the normalized residual of each equation fell below 10^{-6} .

The ANSYS® CFX 12.1 blend factor advection scheme was used for numerical stability. This scheme is a mix between a first order upwind difference scheme, for a value of 0, and a second order (in form) central difference scheme, for a value of 1. At a value of 0.75, second order is nearly achieved without introducing local artificial oscillation.

3.4.3 The Design of Experiment Method

The Box-Behnken design reduces the design points required in order to consider quadratic effects in the parametric model (Simpson et al., 2001). It is often used with experiments to identify correlations between a few variables and to determine optimal values in chemical processes (Annadurai et Sheeja, 1998). Application of the Box-Behnken design to the optimization of analytical methods remains rare (Ferreira et al., 2007). In response surface methodology (Simpson et al., 2001), the most influential parameters must be selected first. In the present study, the selection was based on parameters used in published studies. First-order parametric studies are not necessary, assuming that the initial design is not too far-removed from the optimal design.

DoE determines a parametric model that connects an objective function to three design variables. From the dimensionless variables ν_1' , ν_2' and ν_3' , a second-order parametric model was built:

$$\begin{aligned}
f_{obj}(\nu_1', \nu_2', \nu_3') = & \beta_0 C + \beta_1 \nu_1' + \beta_2 \nu_2' + \beta_3 \nu_3' \\
& + \beta_4 \nu_1' \nu_2' + \beta_5 \nu_1' \nu_3' + \beta_6 \nu_2' \nu_3' \\
& + \beta_7 \nu_1'^2 + \beta_8 \nu_2'^2 + \beta_9 \nu_3'^2
\end{aligned} \tag{3.6}$$

The Box-Behnken design requires at least three design parameters (Ferreira et al., 2007). Each dimensionless variable has a high value (+1), a low value (-1), and an intermediate value (0).

The design matrix is summarized in Tableau 3.1. It lists the numerical experiments required for each design variable combination. Each line corresponds to one numerical simulation. The first column is the coefficient value C in front of the zero order parameter β_0 . The next columns are the dimensionless values of the three design variables, followed by the products of their combinations, which represent the interactions between the paired design parameters in the resulting parametric model. The final three columns provide a second-order polynomial model in order to consider the curvature of the results. The last three rows are evaluated at a central point. The objective function values are thus the same for numerical simulation.

Tableau 3.1 Box-Behnken design matrix for three parameters

N°	C	ν_1'	ν_2'	ν_3'	$\nu_1' \nu_2'$	$\nu_1' \nu_3'$	$\nu_2' \nu_3'$	$\nu_1'^2$	$\nu_2'^2$	$\nu_3'^2$
1	1	-1	-1	0	1	0	0	1	1	0
2	1	1	-1	0	-1	0	0	1	1	0
3	1	-1	1	0	-1	0	0	1	1	0
4	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
5	1	-1	0	-1	0	1	0	1	0	1
6	1	1	0	-1	0	-1	0	1	0	1
7	1	-1	0	1	0	-1	0	1	0	1
8	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1

9	1	0	-1	-1	0	0	1	0	1	1
10	1	0	1	-1	0	0	-1	0	1	1
11	1	0	-1	1	0	0	-1	0	1	1
12	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
N°	C	ν_1'	ν_2'	ν_3'	$\nu_1'\nu_2'$	$\nu_1'\nu_3'$	$\nu_2'\nu_3'$	$\nu_1'^2$	$\nu_2'^2$	$\nu_3'^2$
13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3.5 Test Cases

The first geometry studied was a single round nozzle producing an air jet impinging on a wall. Empirical correlations between average Nusselt number, Nu_{avg} , Reynolds number, Re , and jet nozzle-to-surface spacing for this geometry have been published (Zuckerman et Lior, 2006). The parameter combinations that will maximize the objective function Nu_{avg} can therefore be determined analytically. The DoE study based on numerical simulations was used to verify the proposed procedure.

The second geometry is an anti-icing system representative of a swept wing used on modern commercial transport aircraft and provides a basis of comparison between our numerical results and those computed by Wright (2004).

The first geometry studied was a single round nozzle producing an air jet impinging on a wall. Empirical correlations between average Nusselt number, Nu_{avg} , Reynolds number, Re , and jet nozzle-to-surface spacing for this geometry have been published (Zuckerman et Lior, 2006). The parameter combinations that will maximize the objective function Nu_{avg} can

therefore be determined analytically. The DoE study based on numerical simulations was used to verify the proposed procedure.

The second geometry is an anti-icing system representative of a swept wing used on modern commercial transport aircraft and provides a basis of comparison between our numerical results and those computed by Wright (2004).

3.5.1 Round impinging jet

The single-round impinging jet has been studied both experimentally and numerically (Zuckerman et Lior, 2006). Jet confinement does not significantly affect the heat transfer coefficients for confinement wall spacing greater than one jet diameter (Behnia et al., 1999). For the hot-air anti-icing system considered in section 3.5.2, the spacing (in the normal direction) between the piccolo tube and the airfoil wall is from five to seven jet diameters. Jet confinement is thus negligible for the anti-icing system simulation. The unconfined round jet proposed by Vieser et al. (2002) and presented in Figure 3.1 was used for validation.

For a jet diameter D , the computational domain consists of a $13D \times 13D$ square. A fully developed pipe-flow turbulent velocity profile with constant temperature is imposed at the inlet. The air follows a pipe with an adiabatic wall upon entering the computational domain. The jet impinges on a plate at constant temperature. The opening boundary condition allows the air to exit or to enter by entrainment through the top and the right side of the computational domain.

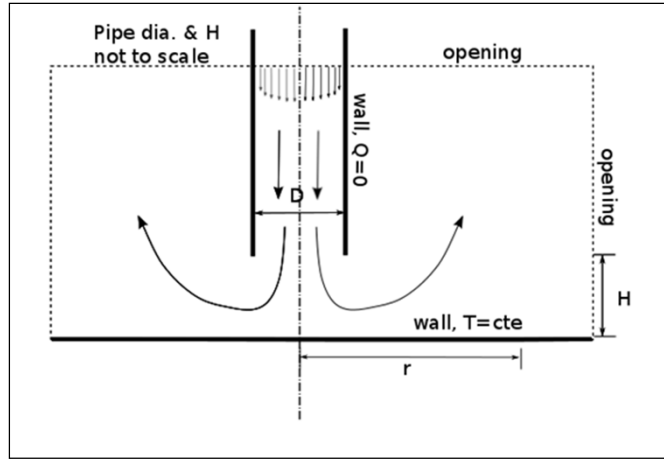


Figure 3.1 Schematic representation of the computational domain for the round impinging jet

The design parameters used to build the parametric model were the jet Reynolds number (Re) the ratio H/D , and the jet Mach number M .

$$Re = \frac{\rho U_{avg} D}{\mu} \quad (3.7)$$

The computational domain was made discreet by hexahedral meshes of 165 nodes in the radial direction \times 150 nodes in the normal direction for $H/D = 2$, 165×250 nodes for $H/D = 4$ and 165×350 nodes for $H/D = 6$. A finer mesh of 329×499 nodes was also used for $H/D = 4$. The element sizes were made smaller near walls, such that y^+ values were below 1.

3.5.2 Anti-Icing system

3.5.2.1 Anti-icing system geometry

For the numerical simulations, only a portion of the experimental anti-icing system is represented. The anti-icing system comprised three rows of jets. Using proper periodic conditions, each row was reduced to a single jet inlet in the computational domain. The wing geometry was based on a NACA23014 airfoil of chord length $c = 1.52$ m. Figure 3.2 and

Figure 3.3 show 2D cuts in the x–y and y–z planes of the chosen geometry. Figure 3.3 shows that the entire anti-icing system and wing were swept at an angle of 8° relative to the z axis. At the top and bottom, the two exits were narrow channels 0.001 m in width. The piccolo tube diameter was 0.038 m. This tube acted essentially as a plenum for the high-pressure hot filtered air. The internal flow computational domain excluded the piccolo tube internal area. The jet nozzle diameter was 0.00132 m.

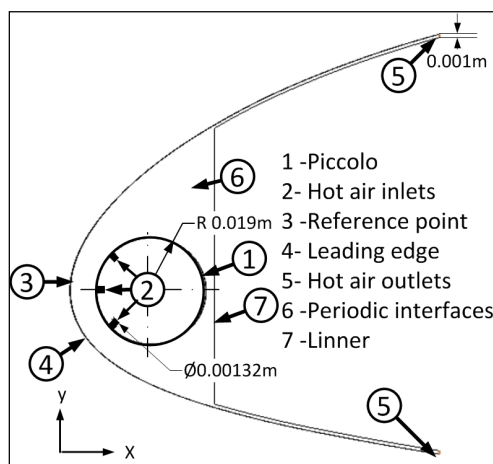


Figure 3.2 Anti-icing system (side view)

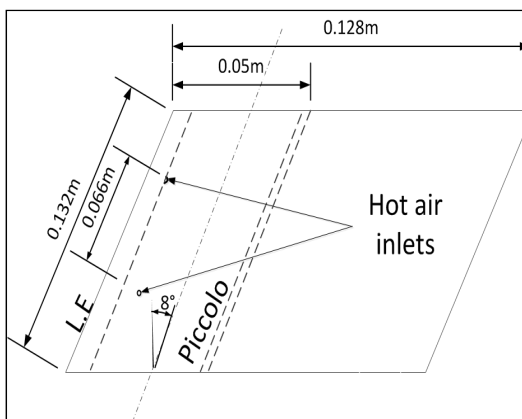


Figure 3.3 Anti-icing system (top view)

Two computational methods were used. In one case, the internal domain was coupled to the solid domain and the external domain to obtain a CHT solution for the CFD validation. In

the other case, only the internal domain was modeled and a constant temperature of 320 K was imposed at the leading edge wall. This second case was used to build the parametric model. For both cases, the piccolo tube wall temperature was 449.817 K and an adiabatic wall condition was maintained on the inner-liner wall. A pressure of 10 kPa was maintained at the hot-air outlets.

The design parameters considered in this paper are shown in Figure 3.4. The reference point is at the intersection between the leading edge line and the horizontal line that passes through the center of the piccolo tube. H is the horizontal distance in the x-y plane between the piccolo tube wall and the reference point. Each centerline of the other two jets intersects the horizontal axis at angle α . The mass flow rate, \dot{m} , is considered the same at each jet aperture.

For the CHT solution, the internal flow was solved for $H = 0.0091$ m, $\alpha = 45^\circ$ and $\dot{m} = 0.327394$ g/s. The internal flow was subsonic and compressible with $Re = 10,300$ ($M = 0.6$) at the inlets, the ratio of viscosities $\mu_{Turb}/\mu_{Lam} = 10^{-5}$ and the turbulence intensity $I = 1\%$.

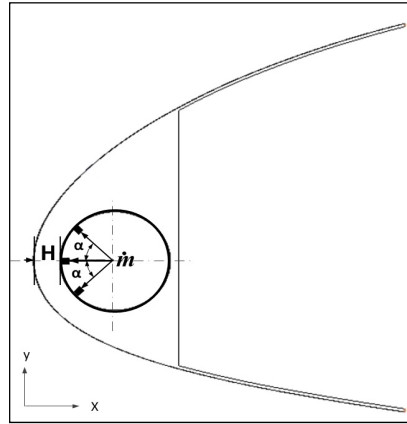


Figure 3.4 Anti-icing system design parameters

3.5.2.2 Wing geometry

For CHT calculations, the external flow represented a dry airflow cooling a wing. Figure 3.5 shows the computational domain, which includes three to five times the chord length from the airfoil. An air velocity of 59.2 ms^{-1} (115 knots) at an angle of attack of 3° was established uniformly in the far field with a uniform temperature of 268.2 K. Periodic boundary conditions were established on both sides of the external domain, spaced 0.132 m apart. The ANSYS® CFX 12.1 opening boundary condition was applied to the top and bottom surfaces.

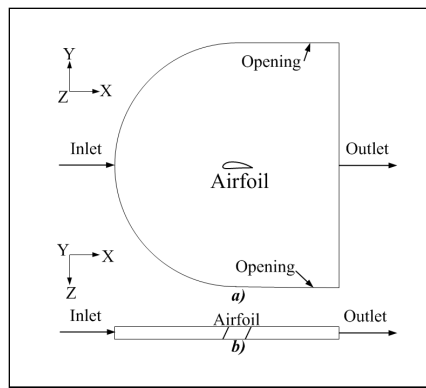


Figure 3.5 External flow field geometry:
a) side view and b) top view

3.5.2.3 Computational domain discretization

A mixed tetrahedral-prism mesh was used to obtain a discrete internal domain. The surface mesh used is shown in Figure 3.6. Prismatic element layers were used near all walls and tetrahedral elements were used elsewhere. The prism layer thickness was set to $4 \times 10^{-4} \text{ m}$ with 20 prismatic layers and a growth ratio of 1.1 to ensure $y^+ \leq 2$. The distance from the first node to the wall was $7 \times 10^{-6} \text{ m}$. Density cone mesh refinement regions included the jet core from the aperture to the wall in the leading edge area, as shown in detail in Figure 3.7.

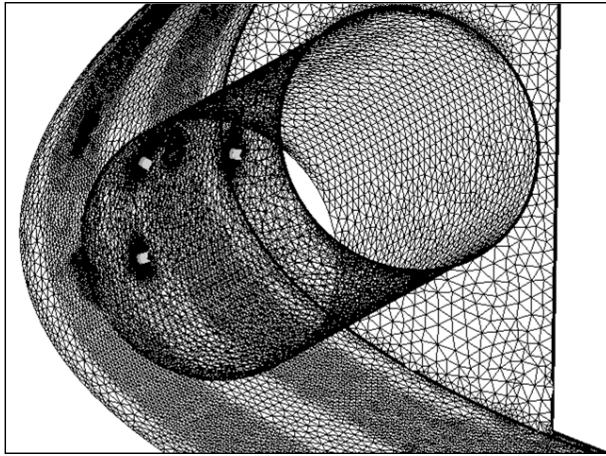


Figure 3.6 Internal flow domain mesh on walls

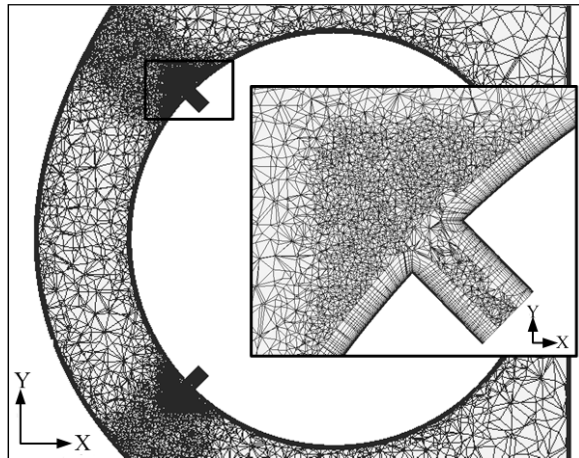


Figure 3.7 Mesh cut plane at centerlines of jet 2 and 3 and zoom on prism layer at jet 2 inlet

Figure 3.8 shows a 3D view of the hexahedral elements used to mesh the external domain, along with a close-up on the internal space containing the piccolo tube only. The hexahedral layer closest to the airfoil wall was located 4×10^{-6} m from the surface. A growth ratio of 1.1 was applied.

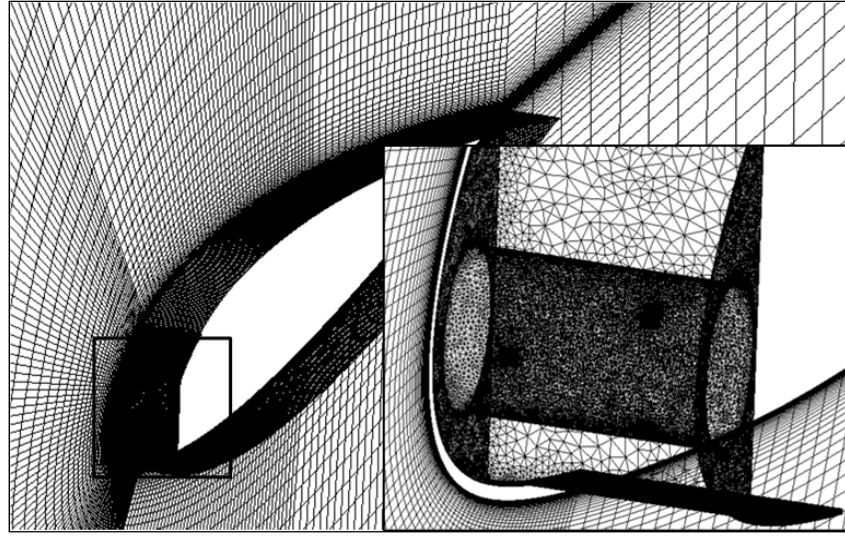


Figure 3.8 External hexahedral mesh with piccolo anti-de-icing system

3.6 Validation

This section is devoted to the validation of the CFD results obtained using the ANSYS® CFX 12.1 code. The impinging jet results were validated against previously published numerical and experimental results obtained for round nozzles. The anti-icing system results were validated by comparison with previously published numerical results (Wright, 2004).

3.6.1 Impinging jet

3.6.1.1 Grid refinement study

The effect of mesh density on the wall Nusselt number was studied for $H/D = 4$, $Re = 23,000$, and $M = 0.01$, with a medium mesh of 165×250 nodes and a finer mesh of 329×499 nodes. The local Nusselt number, Nu , was calculated as follows:

$$Nu = \frac{\dot{q}_w'' D}{(T_w - T_{0,jet}) k_f} \quad (3.8)$$

where T_w and q''_w are respectively wall temperature and wall heat flux. $T_{0,jet}$ is the total temperature at the jet inlet, k_f is the air conductivity, and D is the jet inlet diameter. As shown in Figure 3.9-a, Nu was slightly higher in the impingement area for the medium mesh, $0 < r/D < 1$, and the results agree quite well overall. For $0 < r/D < 6$, the value for Nu_{avg} was computed using the following function

$$Nu_{avg} = \frac{1}{R} \int_0^R \frac{q''_w(r)}{(T_w - T_{jet})} \frac{D}{k_f} \quad (3.9)$$

The medium mesh value was 74.70 and the fine mesh value was 73.64, the difference being less than 1.5 %. The medium mesh was considered sufficient for computation of the average values needed for the objective function. A comparison of the y^+ values is shown in Figure 3.9-b. As expected, reducing the element size by a factor of two reduced the y^+ values by a factor of two.

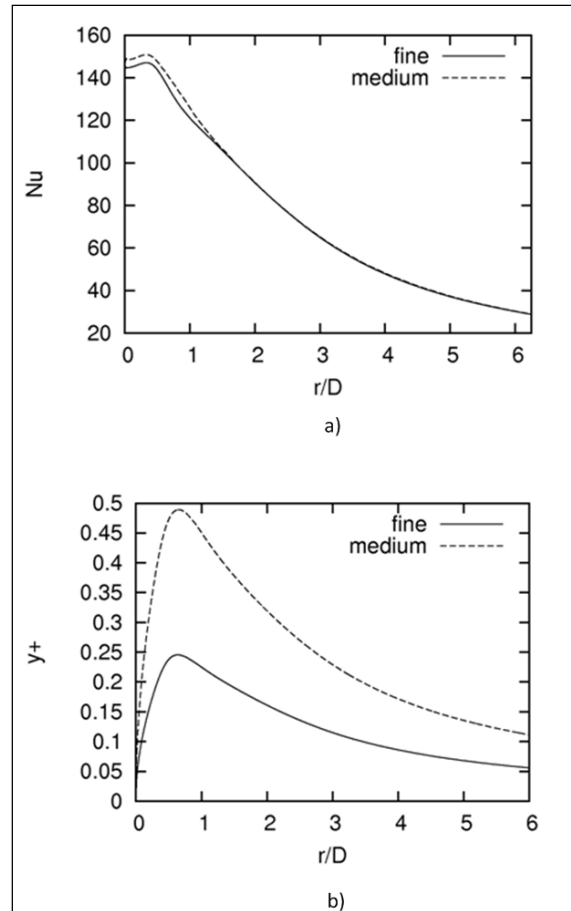


Figure 3.9 Grid size effects on
a) Nusselt number; b) y^+

3.6.1.2 Comparison of the results

A comparison of the Nu distribution obtained at $Re = 23,000$ and $H/D = 2$ using the ANSYS® CFX 12.1 $k - \omega$ SST model as well as various other numerical and experimental methods is shown in Figure 3.10. The results from Vieser et al.(2002).were obtained using the $k - \omega$ SST turbulence model provided in CFX 5. Average y^+ values around 2, in addition to possible differences between versions may explain their higher Nusselt numbers. The data of Colucci and Viskanta (1996), Baughn et al.(1991), andt Sang-Joon (2000), and Yan (Yan, 1993) were obtained from experiments. These results show a significant scatter of about 25

% in the impingement area. The numerical results are within the margin of uncertainty of the experimental data.

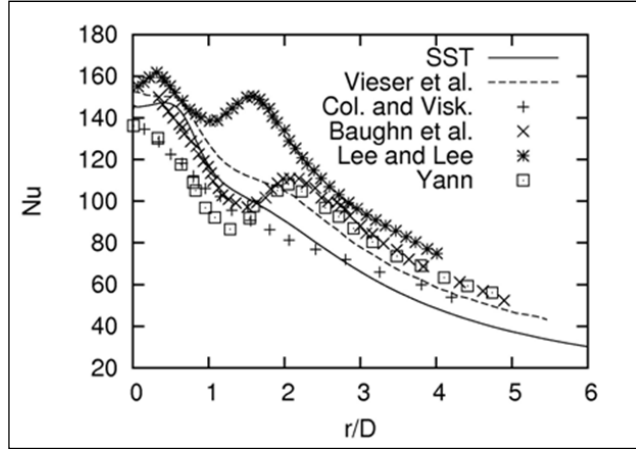


Figure 3.10 Local Nusselt number comparison

As mentioned earlier, a Nu_{avg} of 73.64 was obtained with r/D in the range of 0 to 6 is 73.64. Several published correlations may be used for validation. The correlation proposed by Martin (Incropera et DeWitt, 2002) is valid for Re from 2000 to 400,000, H/D from 2 to 12, and r/D from 2.5 to 7.5:

$$Nu_{avg} = Pr^{0.42} \frac{D}{r} \frac{1 - 1.1D/r}{1 + 0.1(H/D - 6)D/r} 2 Re^{1/2} \left(1 + 0.005 Re^{0.55}\right)^{1/2} \quad (3.10)$$

Jungho and Sang-Joon (2000) proposed a correlation for Nu_{avg} over the r/D range of 0 to 4, valid for Re from 5000 to 30,000 and H/D from 2 to 10:

$$Nu_{avg} = 0.083 Re^{0.708} (H/D)^{-0.144} \quad (3.11)$$

Finally, Tawfek (Zuckerman et Lior, 2006) also suggest a correlation valid for Re from 3400 to 41,000, H/D ranging from 6 to 58, and r/D from 2 to 30:

$$Nu_{avg} = 0.453 Pr^{1/3} Re^{0.691} (H/D)^{-0.22} (r/D)^{-0.38} \quad (3.12)$$

Tableau 3.2 compares the Nusselt numbers calculated using these correlations to the numerical simulation results for $H/D = 2$ and 6, with r/D ranging from 0 and 4 and $Re = 23,000$. For $H/D = 2$, the CFX value is higher than the value obtained using equation (3.10), but almost identical to the value obtained using equation (3.11). At higher H/D , two correlations predict a decrease in average value, while CFX predicts an increase and equation (3.12) a much greater increase. The large variation between the correlations appears to be caused by differences in nozzle type (Zuckerman et Lior, 2006). The predictions of Nu_{avg} by CFX are within the ranges of uncertainty associated with the correlations.

Tableau 3.2 Average Nusselt numbers obtained using ANSYS® CFX 12.1 and correlations

	CFX	Eq. (3.10)	Eq.(3.11)	Eq.(3.12)
$H/D=2$	92.4	79.4	92.0	-
$H/D=6$	116	71.5	78.5	166

3.6.2 Anti-icing system

The Nu values are plotted along the curvilinear axis defined in Figure 3.11. The curve corresponds to the intersection of the wing leading edge and the plane passing through the centerline of inclined jets 2 and 3 and perpendicular to the piccolo tube surface. The black arrow extends from the origin of the curvilinear distance S on the upper side of the airfoil.

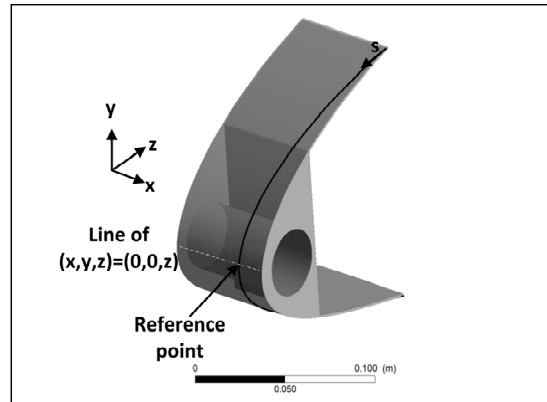


Figure 3.11 Curve location on the inner wall of the leading edge for 2D analysis

3.6.2.1 Grid convergence index GCI

A grid refinement study with three meshes was conducted in order to evaluate the GCI (Roache, 1994). The coarser mesh had 3×10^5 nodes, the medium mesh had 1.5×10^6 nodes, and the finer mesh had 8×10^6 nodes. Prism layer thickness was 1×10^{-4} m for the finer mesh and 4×10^{-4} m for the medium and coarse meshes. For the fine and medium meshes, the local Nusselt numerical profiles are almost superimposable as shown in Figure 3.12. A curve average GCI of 9.24 % was calculated for the fine and the medium meshes.

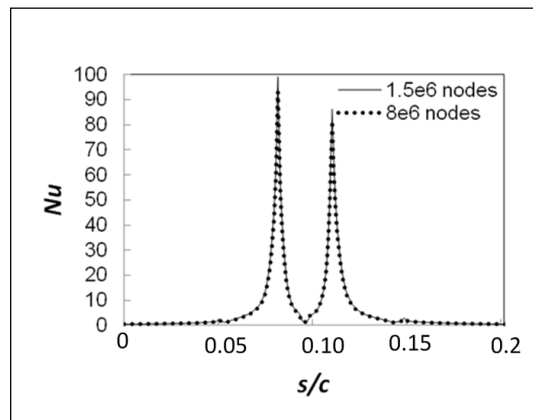


Figure 3.12 Local Nusselt number for the fine and medium meshes

3.6.2.2 Comparison of results

The span-wise Nu values are plotted against the dimensionless distance s/c in Figure 3.13. The heat transfer computed by solving internal flow only (CFX) was compared to the heat transfer computed using the CFX CHT procedure and to results obtained by Wright (2004).

Computed results were consistently lower than those of Wright, except near the stagnation points. However, the Goldstein correlation (1986), used in Wright (2004) instead of the detailed internal flow solution, does not consider the recirculation areas observed in computed results for s/c ranging from -0.1 to -0.05 or 0.05 to 0.1. Moreover, the jet Re was below the valid range of application of the correlation. For these two reasons, the anti-icing simulation results may be considered satisfactory.

Solving the CHT model or the internal domain alone gave similar Nu , except at the jet stagnation points. The difference between the two solutions for the Nu averaged values in the leading area was 2.4 %, which is less than the GCI . For the parametric model study, only the internal flow was solved on the medium mesh.

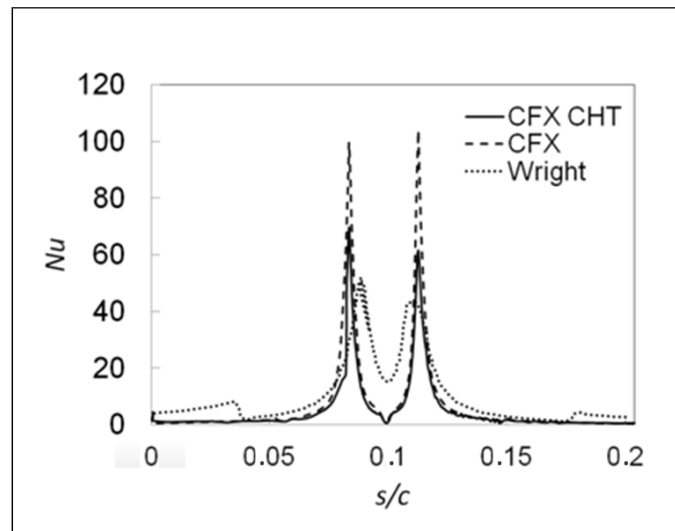


Figure 3.13 Local Nusselt number comparison

3.7 Parametric models

3.7.1 Impinging jet

The heat transfer from a single impinging jet of a given fluid from a round nozzle depends mostly on Re and H/D . The third parameter needed for the proposed Box-Behnken methodology is the Mach number. The maximum M value was set at 0.3 in order to avoid any large compressible effects on the flow. Tableau 3.3 shows the minimal, intermediate, and maximal values for the three design variables selected. The objective function is Nu_{avg} for r/D from 0 to 6.25.

Tableau 3.3 DoE matrix used for the impinging jet

Variable Dimensionless	Re	H/D	M
-1	10000	2	0.1
0	25000	4	0.2
1	40000	6	0.3

Based on Tableau 3.1, 13 simulations were run, since the last three rows are identical. Simulation results were compared to results obtained using equation (3.10), the only correlation valid for all the values in Tableau 3.3. The error was defined as follows:

$$\varepsilon = 100 \times \frac{|Nu_{avg} - Nu_{Martin}|}{Nu_{avg}} \quad (3.13)$$

As Tableau 3.4 shows, the computed values were 20–30 % higher than those predicted by the correlation.

Tableau 3.4 Numerical results DoE

Run number	Nu_{avg}	Nu_{Martin} (Eq.(3.10))	ε
1	40	32.7	18.25
2	111.7	80.2	28.2
3	44.78	30.6	31.7
4	117.6	75.0	36.2
5	42.18	31.6	25.1
6	112.8	77.5	31.3
7	40.4	31.6	21.8
8	107.2	77.5	27.7
9	80	58.6	26.8
10	82.6	54.9	33.5
11	80.6	58.6	27.3
12	83.4	54.9	34.2
13	84.1	56.7	32.6
14	84.1	56.7	32.6
15	84.1	56.7	32.6

3.7.1.1 Parametric model for the impinging jet

The system of equations $A\beta = B$ was solved, with the 15×10 rectangular matrix A corresponding to Tableau 3.1 and column vector B corresponding to the computed Nu_{avg} . Since the system is over-determined, the β coefficients of the polynomial are the solution in the least squares sense of the system of equations $A\beta = B$. The polynomial is expressed as follows:

$$\begin{aligned}
 f_{obj}(Re', (H/D)', M') = & 84.1 + 35.242 Re' + 2.01(H/D)' - 0.747M' \\
 & + 0.28 Re'(H/D)' - 0.955 Re'z' + 0.05(H/D)'M' \\
 & - 5.7925 Re'^2 + 0.2125(H/D)'^2 - 2.663M'^2
 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Where Re' , $(H/D)'$, and M' replace ν_1' , ν_2' , and ν_3' for clarity. For $M = 0.2$, the resulting surface is plotted on Figure 3.14 with numerical predictions. In the worst case, at point (-1,-1), the difference between the parametric surface calculation and the numerical prediction was about 10 %. The maximum Nu_{avg} value occurred at point (1, 1,-0.31), which corresponds to $Re = 40,000$, $H/D = 6$, and $M = 0.167$. Equation (3.14) does not take M into

account and does predict that the maximum occurs at $Re = 40,000$, but for $H/D = 2$ for the parameter range considered.

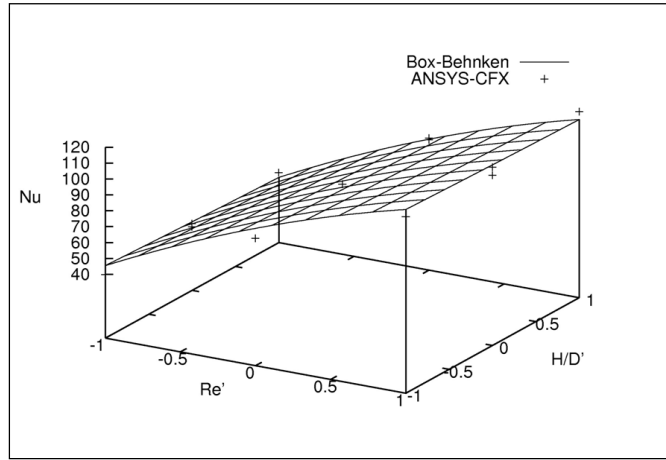


Figure 3.14 Parametric model surface for a $M=0.2$

Figure 3.15 compares the Nu_{avg} obtained from Eq. (3.10) to the parametric model at $M = 0.2$. It is clear that Re has a greater effect than does H/D on Nu_{avg} . In addition to 30 % higher Nu_{avg} values, the parametric model also predicts a faster increase as a function of Re than does equation (3.10). Also, equation (3.10) predicts a small increase of Nu_{avg} with a decrease of H/D values, contrary to the parametric model.

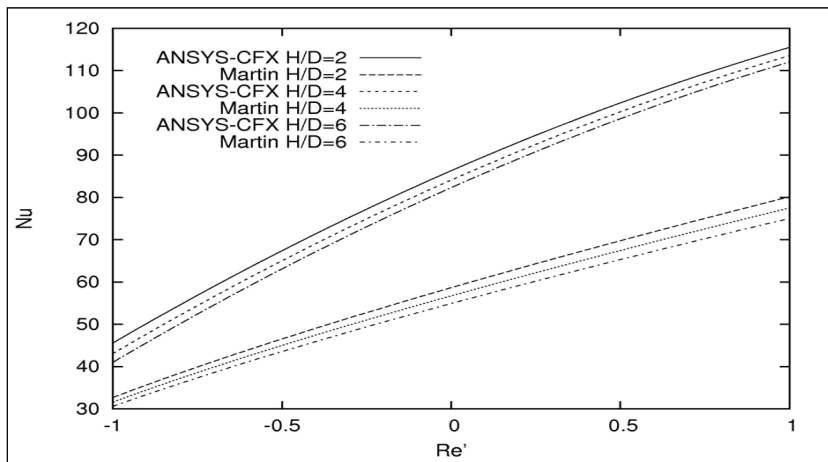


Figure 3.15 Nu_{avg} as a function of Re as calculated using the parametric model (ANSYS® CFX 12.1) and equation (3.10) (Martin)

3.7.2 Anti-icing system

The three design variables chosen were α , H , \dot{m} . Tableau 3.5 shows their minimal, intermediate, and maximal values.

Tableau 3.5 DoE matrix used for the anti-icing system

Variables Dimensionless	$\alpha (deg)$	$H(m)$	$\dot{m} \left(\frac{g}{s} \right)$
-1	22.5	0.03	0.32
0	45	0.06	0.38
1	67.5	0.09	0.44

The objective function is heat transfer effectiveness, defined by equation (3.15) as the ratio of the area average wall heat flux between jet airflow and wall, $\overline{q''_{w,area}}$, divided by the summation of the average heat flow at each jet inlet, $\sum \overline{q_{in,area}}$.

$$f_{obj}(\nu'_1, \nu'_2, \nu'_3) = \frac{\overline{q''_{w,area}}}{\sum \overline{q_{in,area}}} \quad (3.15)$$

3.7.2.1 Parametric model for the anti-icing system

The system of equations $A\beta = B$ was solved as in section 3.7.1.1, but with the column vector B corresponding this time to the computed heat transfer effectiveness. The polynomial is expressed as follows:

$$\begin{aligned} f_{obj}(\alpha', H', \dot{m}') = & 0.634 + 0.551\alpha' + 0.558H' - 0.09\dot{m}' \\ & - 0.1\alpha'H' + 0.05\alpha'\dot{m}' - 0.089H'\dot{m}' \\ & + 0.225\alpha'^2 + 0.284H'^2 + 0\dot{m}'^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

The zero coefficient of the term \dot{m}'^2 indicates that no quadratic effect is associated with mass flow rate. The 3D response surface model with the design variable \dot{m}' kept at the mid-range value 0 is shown on Figure 3.16. Heat transfer effectiveness exceeded 1 since heat was also added by convection between the hot piccolo tube wall and the internal flow. The maximum $f_{obj} = 1.6$ was observed at $(H', \alpha') = (-1, 1)$ or $(H, \alpha) = (0.03 \text{ m}, 67.5^\circ)$.

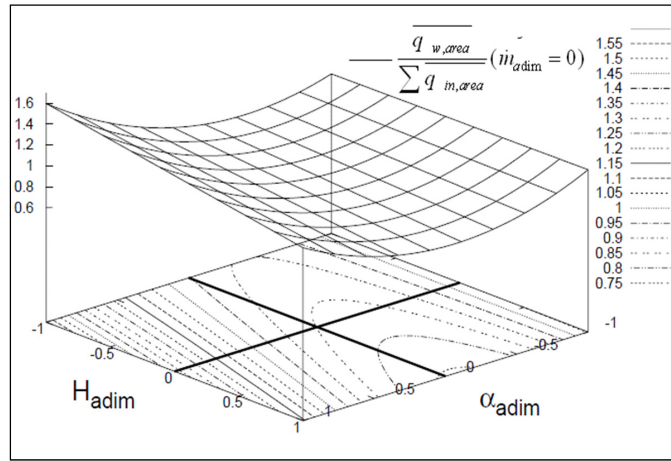


Figure 3.16 Heat transfer effectiveness as a function of H' and α' , for $\dot{m}' = 0$

3.8 Conclusion

Parametric models based on three design variables were obtained using the Box-Behnken DoE approach. The database was populated using ANSYS® CFX 12.1 CFD code to solve the RANS equations using the $k-\omega$ SST turbulence model. The Nu values predicted by CFD were validated against empirical, numerical, and experimental results for an unconfined impinging jet from a round nozzle. The CFD results were within the range of uncertainty. For an anti-icing system, the internal Nu values predicted by CFD using CHT or a constant wall temperature were compared with other numerical results. In both cases, results agreed with values published for a wing exposed to dry airflow. A second order parametric model was then built for Nu_{avg} . Maxima coincided with maximal Re and H/D spacing, in agreement with empirical correlations. For the anti-icing system, a second-order quadratic

model of heat transfer efficiency is proposed. The optimal anti-icing system design deduced from RSM plots features intermediate mass flux, maximal jet angle, and minimal piccolo tube to inner wall distance.

The Box-Behnken DoE approach is useful as long as initial solutions are nearly optimal. One of its weaknesses is the difficulty of determining new objective function values at additional points. However, its simplicity makes it possible to build parametric models subsequently to predict heat flux at several locations along the wing leading edge.

Acknowledgements

The authors acknowledge the contribution of the National Science and Research Council of Canada to the funding of portions of this research.

CHAPITRE 4

ARTICLE#3: APPLICATION OF THE DUAL KRIGING METHOD FOR THE DESIGN OF A HOT-AIR-BASED AIRCRAFT WING ANTI-ICING SYSTEM

R Hannat¹, J Weiss², F Garnier² and F Morency²

¹ Ph.D. Student, Mechanical Engineering

² Professor, Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering, École de Technologie Supérieure,

1100 Notre-dame Ouest, Montréal, Quebec, Canada, H3C 1K3

Article soumis au journal “Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics” en
Juin 2013

4.1 Préface du troisième article

Le troisième article est dédié à l'utilisation de la méthode de krigeage dual pour analyser et optimiser un système antigivre à air chaud. Comme pour le deuxième article, deux cas tests sont aussi utilisés. Cette fois-ci, la méthode du krigeage dual est appliquée au lieu de la méthode Box-Behnken. Avec cette méthode, on construit deux métamodèles pour le cas 2-D et pour le cas 3-D. Dans le premier cas, le nombre de Nusselt moyen du jet impactant sur une plaque plane axisymétrique est modélisé. Dans le deuxième cas, c'est l'efficacité thermique du système d'antigivrage à tube piccolo qui est modélisée. Les modèles RSM obtenus dans le deuxième article sont utilisés pour être comparés avec ceux du troisième article obtenu par la méthode du krigeage dual.

L'objectif de cet article consiste à explorer les possibilités offertes par le krigeage dual dans une situation d'optimisation du design d'un système d'antigivrage. La méthode d'optimisation SQP est appliquée sur le modèle RSM obtenu par krigeage dual. Ce métamodèle se caractérise à la fois par sa mise à jour lors de l'ajout de tout nouveau résultat d'une simulation numérique et par sa combinaison des variables de design correspondant de

la matrice d'analyse du PdE Box-Behnken. La construction de ce premier métamodèle paramétrique intelligent d'un système d'antigivrage à tube piccolo fait l'objet de la deuxième contribution scientifique de la thèse. Pour la combinaison des paramètres permettant d'atteindre le design optimal, le krigeage dual permet d'interpoler le flux de chaleur correspondant sur le bord d'attaque sans passer par un calcul CFD supplémentaire, ce qui représente la troisième contribution scientifique.

Les contributions des coauteurs J Weiss et F Garnier visent à l'amélioration de la mise en contexte et du côté linguistique afin d'enrichir l'article.

4.2 Abstract

This article proposes to use the dual kriging method together with an optimization tool to study the design of an anti-icing system. The anti-icing system geometry consists of a piccolo tube with round jets inside a swept wing. The jet inclinations, the jet nozzle-to-surface spacing, and the jet mass flow rates are studied, starting from an initial design in order to maximize the heat transfer effectiveness. The heat transfer effectiveness is obtained by solving the compressible jet flows with a computational fluid dynamics software. Maximizing the average Nusselt number from a single round impinging jet validates the proposed methodology. Then, a quadratic mean function combined with a cubic covariance function is used to build a response surface model of the heat transfer effectiveness of the anti-icing system. The model coefficients are obtained with the dual kriging method and the maximum is sought with a sequential quadratic programming optimization tool.

Keywords: anti-icing, heat transfer, RSM, dual kriging, modeling.

4.3 Introduction

Nowadays, icing is still a threat to aircraft safety. Recent airplane crashes due to icing include events in may 2012 in Colorado Springs (NTSB, 2012b) or earlier in Lubbock, Texas in 2009 (NTSB, 2009). According to the NTSB accidents reports (NTSB, 2012a), the in-

flight icing condition is one of the relevant causes of airplanes accidents. In Canada, the Canadian Aviation Regulations allow flight in icing conditions only if critical parts of the airplane are protected by either anti-icing or de-icing systems (CAR 701.25 (*Canadian Aviation Regulations, Aircraft Icing Operations*, july 04 2012)). Possible ice protection systems include hot air anti-icing systems. The hot air anti-icing systems protect aircraft parts, such as wing leading edges or nacelle lips, by continuously circulating hot air on the internal side of the metal skin during an icing event. Hot air provides the heat needed to avoid freezing and evaporate part of the impinging water in the critical area. This kind of ice protection system is studied in this article.

In a previous paper, Hannat et al. (2013) have selected three of the most influential design parameters among the parameters that impact thermal effectiveness of hot air anti-icing systems. Based on past studies from Brown et al.(2002), Fregeau et al.(2003), Saeed et al.(Saeed, 2008), Papadakis et al. (2010) (2006) and Pellissier et al. (2011) the selected parameters are the mass flow rate of the jet, the jet inclination and the piccolo tube position. The Box-Behnken design of experiment (DoE) tool was used by Hannat et al. (2013) to model the thermal effectiveness of a hot air anti-icing system, based on a database built by using computational fluid dynamics (CFD). With the DoE tool, a second order response surface model (RSM) of the thermal effectiveness was built with only 13 CFD calculations. However, with the Box-Behnken tool, it is not possible to interpolate the local heat transfer distribution on the leading surface for a given set of design parameter values. A second order RSM does not capture well the local heat transfer maximum values in the jet impinging area. Even for thermal effectiveness interpolation, the smoothing effect of a second order RSM has undesirable effect. If an additional point is added to the initial database, for example at design parameter values that maximize the initial RSM value, the new RSM will probably deviate from this point. Thus, the Box-Behnken tool does not allow local improvement of the RSM in the vicinity of the optimal parameter values. Finally, the fact that uncertainties in the database values are not taken into account is another weakness of the Box-Behnken tool.

Some statistical tools to build RSM do not suffer from these limitations. For example, the kriging method is an interpolation method used to build models of one or more output functions associated with several design variables. Kriging has been used in mining engineering since the early 1950s for natural resource evaluation (Keane et Nair, 2005). Kriging as presented in the geostatic framework is simply the best linear unbiased estimator of a random function (Trochu, 1993), but it can also be used in geometric modeling. The dual kriging is an improvement over the usual kriging procedure, in the sense that it is a global interpolation method. The RSM is evaluated only once for all the points in the database, while the usual kriging requires the solution of a new linear system for each interpolated values (Trochu, 1993).

Kriging is well suited for computer experiments (Martin et Simpson, 2005). Sakata et al. (2003) found that the RSM obtained by the kriging method seems to be more appropriate compared to the RSM obtained from a neural network method. Ren et al. (2009) show that for three of four performance factors, the kriging method is more efficient than the neural method and the RSM obtained from dual kriging fits better with the experimental data. Kriging is often used with optimization problems in CFD. Some of the research works tried to optimize the geometry of a butterfly valve (Song, Wang et Park, 2009) and optimize multi-element airfoil geometry (Shinkyu, Murayama et Yamamoto, 2005). Kriging methods are also used to build surface response for conjugate heat transfer problems, such as optimization of heat sink (Park, Oh et Lim, 2006), or optimization of dimpled surface in a cooling channel (Kim et Shin, 2008), or combustion heat transfer in a solid-liquid reactor (Raza et Kim, 2008).

Dual kriging methods have been used in structural design applications using nonlinear material (Bouazid et Champlaud, 2004) or to model prototype surfaces (Limaïem, Nassef et El-Maraghy, 1996). In CFD, the dual kriging method has proved its effectiveness for heat transfer prediction in an anti-icing system (Mathieu, Farooq et Ion, 2003). Limaïem et al. (1999) propose a method to handle uncertainties in the database that generate smoother RSM.

Trochu (1993) also proposes a method to handle uncertainties in the database and uses dual kriging to interpolate data on 3D surfaces.

In this paper, the capabilities of the dual kriging method to take into account numerical error in the database, the possibility to locally improve the RSM, and the capability to reconstruct heat transfer distributions on the leading edge are explored. The goal is to build a RSM using dual kriging method, based on a three design variable database populated using CFD.

For various jet inclinations, jet nozzle-to-surface spacing, and jet mass flow rates, the heat transfer effectiveness of an anti-icing system is calculated. Then, using the heat transfer effectiveness as the objective function, a RSM model is built using dual-kriging method. Based on the Box-Behnken DoE methodology previously exposed in the study of Hannat et al.(2013), a test matrix containing 13 design variable combinations is used to build an initial RSM. Then, First, the mathematical model and the numerical method used to solve the heat transfer problems are described, along with the dual kriging method. Second, the computational domains of the two cases used for methodology validation are presented. Third, the CFD results are validated against results from the literature. Finally, the optimization results obtained using dual kriging are discussed. After that, the dual kriging method usefulness is explored by modeling an existing local wall heat flux on the leading edge and by predicting the optimal local wall heat flux distribution without the need to run additional CFD calculations for the optimal parameters combination.

4.4 Mathematical Model and Numerical Method

The commercial flow solver ANSYS® CFX 12.1 (2009a) is used for the CFD computations. A brief presentation of the specific mathematical model and the numerical method used for the calculation is done in this section.

4.4.1 Mathematical model

The airflow is a compressible turbulent flow. The properties follow the ideal gas law:

$$p = \rho RT \quad (4.1)$$

The compressible RANS equations are, for eddy viscosity-based turbulence models:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot ((\mu + \mu_t)(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)) \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_{tot}) = \nabla \cdot \left(\lambda \nabla T + \frac{\mu_t}{Pr_t} \nabla h \right) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot (\tau - \rho \overline{u \otimes u})) \quad (4.4)$$

The $k-\omega$ SST turbulence model equations used for the turbulent viscosity calculation are detailed in Menter (1994). The SST model of ANSYS® CFX 12.1 allows a smooth transition between logarithmic interpolation functions and modeling the laminar boundary layer if the first mesh node has $y^+ < 1$.

4.4.2 Finite Volume Method

Equations (4.2) to (4.4), and the turbulence model equations are solved with a collocated finite volume method. The gas law equation (4.1) relates the density to the pressure and the temperature. From equations (4.2) and (4.3), a coupled system of linearized equation is built and solved. Using the velocity field, the energy equation (4.4) and the turbulence model equations are then solved sequentially. The linearized equations are solved using an

algebraic multi-grid method. The equation system is solved iteratively until the normalized residual of each equation falls below 10^{-6} .

The ANSYS®CFX 12.1 blend factor advection scheme (ANSYS®, 2009a) is used for numerical stability. This scheme is a mix between a first order upwind difference scheme, for a value of 0, and a formally second order central difference scheme, for a value of 1. With a value of 0.75, near second order is achieved, without introducing local artificial oscillation.

4.4.3 Design of experiment

The Box-Behnken DoE methodology from Hannat et al.(2013) is used to produce the design of experiment matrix (Simpson et al., 2001). Three design parameters are selected. The Box-Behnken method requires three dimensionless design parameters, x' , y' and z' (Ferreira et al., 2007). Each dimensionless variable has a high value (+1), a low value (-1), and an intermediate value (0).

The design matrix containing 13 design variable combinations is summarized in Tableau 4.1. It lists the numerical experiments required for each combination of design variable. Each column corresponds to one numerical simulation that combines the three design variables. Each line corresponds to one dimensionless design variable. The measurement point results are obtained by CFD.

Tableau 4.1 Box-Behnken design matrix for three parameters

N° Variables	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x'	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	0	0	0	0	0
y'	-1	+1	-1	+1	0	0	0	0	-1	-1	1	+1	0
z'	0	0	0	0	-1	+1	-1	+1	-1	1	-1	+1	0

4.4.4 Dual Kriging Method

Kriging methods are a generalization of the least squares approximation used to build an interpolation function f from measurement points (x,y,z) (Trochu, 1993). The dual kriging method decomposes the function f in two terms: the drift and the stationary fluctuation. Usually, the drift is a polynomial function and the stationary fluctuation is generally derived from a shape function $K(h)$ called generalized covariance. The $K(h)$ properties ensure that the interpolation function passes through all the measurement points. The $K(h)$ is a function of the Euclidian distance h between two measurements points. In this paper, the dual kriging method is used to build an interpolation function f from a set of computer experiments.

If we assume that the vector of the design variables is (x', y', z') , the function $f(x', y', z')$ is the interpolation function. To have a quadratic model such as the Box-Behnken model used in Hannat et al.(2013), the drift is chosen as a quadratic function :

$$f(x', y', z') = a_0 + a_1x' + a_2y' + a_3z' + a_4x'^2 + a_5y'^2 + a_6z'^2 + a_7x'y' + a_8x'z' + a_9y'z' + \sum_{i=1}^n b_i K(h) \quad (4.5)$$

$K(h)$ can take several forms, among them :

$$K(h) = h^3 \text{ (Cubic form)} \quad (4.6)$$

is used in this paper. Between two measurement points (x'_i, y'_i, z'_i) and (x'_j, y'_j, z'_j) , $K(h)$ is defined as follows :

$$K(h) = \left((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 \right)^{3/2} \quad (4.7)$$

In matrix form the equation (4.5) becomes equation (4.8) :

$$[M][B] = \begin{bmatrix} H & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} [B] = [F] \quad (4.8)$$

where H, M, B and F are matrix with the following forms:

$$\begin{aligned} H_{n \times n} &= \left[\left(x_i - x_j \right)^2 + \left(y_i - y_j \right)^2 + \left(z_i - z_j \right)^2 \right]_{i,j=1:n}^{(3/2)} \\ A_{10 \times 13} &= \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & x_1 y_1 & x_1 z_1 & y_1 z_1 & x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot \\ 1 & x_n & y_n & z_n & x_n y_n & x_n z_n & y_n z_n & x_n^2 & y_n^2 & z_n^2 \end{bmatrix} \\ B_{(n+10) \times 1}^T &= [b_1 \dots b_n, a_0, \dots a_{10}] \\ F_{(n+10) \times 1}^T &= [f_1 \dots f_n, 0 \dots 0] \end{aligned} \quad (4.9)$$

The dual kriging method can take into account experimental measurement errors through the use of the nugget effect. The nugget effect consists in adding a value proportional to the variance of the results on the main diagonal of the H matrix such that the interpolating function does no longer fit the data points. Generally in CFD, the numerical uncertainties are evaluated by doing mesh studies, such as the procedure proposed to evaluate the Grid Convergence Index (GCI). Assuming that the GCI values are representative of the variance σ of the measurement errors, they can be added to the diagonal of the covariance matrix H of the model. The square of the variance, σ^2 is added to the n first diagonal terms of the system to take into account measurement errors in the interpolation. Then, the interpolation function deviates from the measurements points. Instead of being 0, the diagonal terms become :

$$H_{i,i} = \sigma_i^2 = (GCI \times F_i)^2 \quad (4.10)$$

4.4.5 Optimisation Method

The optimal design variable combination is found using the optimization algorithm sequential quadratic programming (SQP) (Fletcher, 2001) from the optimtool of MATLAB[®](2010b). For the unconstrained problem studied here, the SQP method reduces to Newton's method for finding a point where the gradient of the objective function vanishes. Using the optimal variable combination, a new simulation is run and the RSM is updated with the new heat transfer effectiveness value. A new optimal variable combination can then be found. If it is different from the previous combination, a new simulation is run again. The process is repeated until the optimal variable combination does not change anymore.

4.5 Test Cases

From Hannat et al.(2013), two test cases are chosen. The first geometry studied is a single round jet impinging on a wall. Based on the Box-Behnken method, a RSM of the average Nusselt number Nu_{avg} is built. The Box-Behnken (Hannat et Morency, 2013) model is compared to the model obtained with the dual kriging method. The second geometry is representative of a swept wing anti-icing system used on modern commercial transport aircrafts. The dual kriging method is used to build a RSM of the system effectiveness. Then, the RSM is used in an optimization procedure.

4.5.1 Round Jet Impinging on a Wall

The single round jet impinging on a wall with and without a confinement wall has been studied both experimentally and numerically (Zuckerman et Lior, 2006). It is found that the jet confinement does not affect significantly the heat transfer coefficients for confinement wall spacing above 1 jet diameter (Behnia et al., 1999). For the anti-icing system considered in section 4.5.2, the spacing between the piccolo tube and the airfoil wall, in the normal direction, is between 5 and 7 jet diameters. Thus, the jet confinement is negligible for the

anti-icing system simulation. The unconfined round jet proposed by Vieser et al. (2002) presented in Figure 4.1 is used for validation of the CFD calculation.

The computational domain consists of a $13.D \times 13.D$ square. A fully developed pipe flow turbulent velocity profile with a constant temperature is imposed at inlet. The air follows a pipe with an adiabatic wall upon entering the computational domain. The jet impinges on a wall at constant temperature. The opening boundary condition allows the air to exit or to enter by entrainment through the top and the right side of the computational domain.

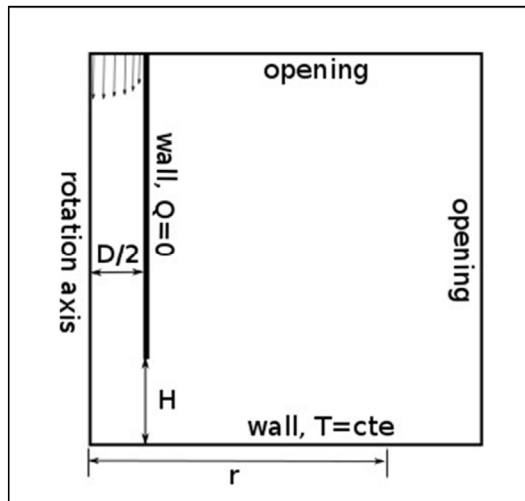


Figure 4.1 Schematic representation of the computational domain for the round impinging jet

The design parameters used to build the RSM were the jet Reynolds number Re , the ratio H/D , and the jet Mach number, Ma .

The computational domain was discretized by hexahedral meshes of 165 nodes in the radial direction \times 150 nodes in the normal direction for $H/D = 2$; 165 \times 250 nodes for $H/D = 4$; 165 \times 350 nodes for $H/D = 6$; and 165 \times 450 nodes for $H/D = 8$. A finer mesh of 329 \times 499 nodes is also used for $H/D = 4$. The element sizes were made smaller near walls, such that y^+ values are below 1.

4.5.2 Anti-Icing system

For the numerical simulations, only a portion of the experimental anti-icing system is used. The anti-icing system comprised three rows of jets. Using proper periodic conditions, each row is reduced to a single jet inlet in the computational domain. From our previous study (Hannat et Morency, 2013), the wing geometry is based on a NACA23014 airfoil of chord length $c=1.52\text{m}$.

Figure 4.2 and Figure 4.3 show 2D cuts in the x - y and y - z planes of the chosen geometry. Figure 4.3 shows that the entire anti-icing system and wing are swept at an angle of 8° relative to the z axis. At the top and the bottom, the two exits are narrow channels of 0.001m width. The piccolo tube diameter is 0.038m . The internal flow computational domain excludes the piccolo tube internal area. The jet aperture diameter is 0.00132m .

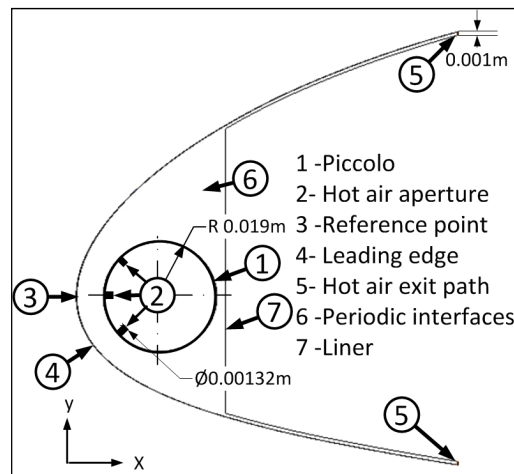


Figure 4.2 Anti-icing system (side view)

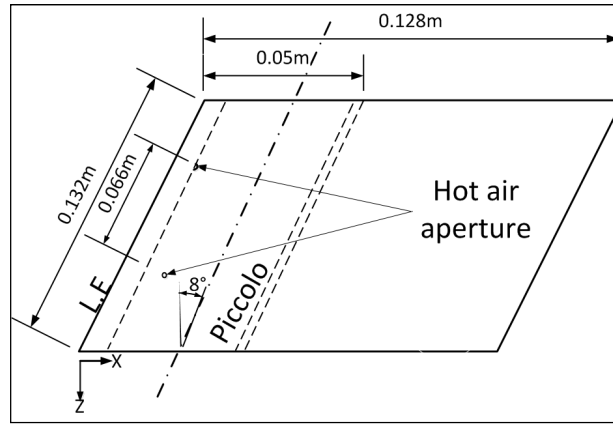


Figure 4.3 Anti-icing system (top view)

The internal domain was modeled and a constant temperature of 320 K is imposed at the leading edge wall. Assuming the hot air temperature in the piccolo tube is 449.817 K, therefore, the piccolo tube wall is at 449.817 K too. The adiabatic wall condition is imposed on the inner-liner wall. A 10 kPa pressure is imposed at the hot air outlets to ensure the fluid to flow in the exit direction.

The design parameters studied in this paper are illustrated in Figure 4.4. The reference point is defined as the intersection between the leading edge line and the horizontal line that passes by the center of the piccolo tube. H is the horizontal distance in the x - y plane between the piccolo tube wall and the reference point. Each centerline of the two other jets makes an angle α from the horizontal axis. The mass flow rate, \dot{m} , is considered the same at each jet aperture.

For the CFD validation, the internal flow is solved for $H = 0.0091\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$ and $\dot{m} = 0.327394 \text{ (g/s)}$. The internal flow is subsonic compressible with $Re = 10300$ ($Ma = 0.6$), the ratio of viscosities $\mu_{Turb}/\mu_{Lam} = 10^{-5}$ and the turbulence intensity $I = 1\%$ at jet apertures.

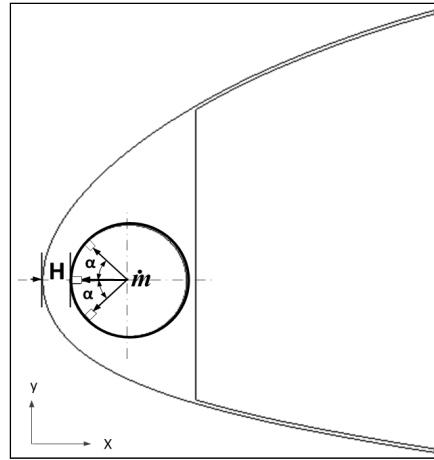


Figure 4.4 Anti-icing system design parameters

Based on the design matrix of Tableau 4.1, the piccolo tube position and the jet angle were varied. For each numerical simulation, a different mixed tetrahedral-prism mesh is used to discretize the internal domain. The surface mesh used for one numerical simulation is shown in Figure 4.5. Prismatic element layers are used near all walls to ensure $y^+ \leq 2$. The mesh construction is detailed in Hannat et al.(2013). In the expected jet core regions, the grid is refined, as detailed in Figure 4.5-a and Figure 4.5-b. Since α and H change, surface meshes are different for each numerical simulation, leading to a change in the position and the number of nodes at the leading edge wall.

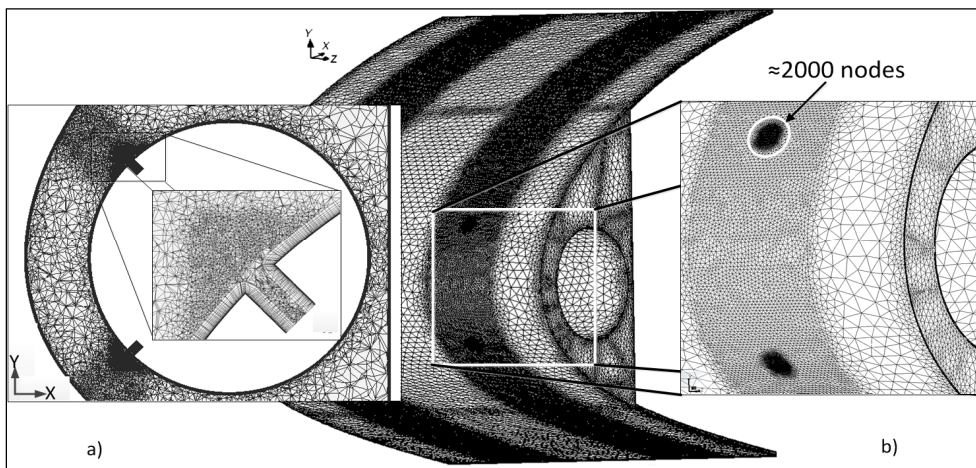


Figure 4.5 Internal flow domain mesh on walls and on a cutting plane through the middle of jet apertures

4.6 CFD Validation Procedure

In this section, the CFD results from the code ANSYS® CFX 12.1 are validated. The round impinging jet results are validated with numerical and experimental results from the literature. The anti-icing system results are validated by comparison with previously published numerical results (Wright, 2004).

4.6.1 Round impinging jet

4.6.1.1 Grid refinement study

The effect of mesh density on the wall Nusselt number is studied for $H/D = 4$, $Re = 23000$, and $Ma = 0.01$, with a medium mesh of 165×250 nodes and a finer mesh of 329×499 nodes. The local Nusselt number, Nu , is expressed as:

$$Nu = \frac{q_w'' D}{(T_w - T_{0,jet}) \lambda} \quad (4.11)$$

where T_w and q_w'' are the wall temperature and the wall heat flux. $T_{0,jet}$ is the total temperature at jet inlet, λ the air conductivity, and D the jet inlet diameter. From $0 < r/D < 6$, the value for Nu_{avg} , is defined as

$$Nu_{avg} = \frac{1}{6D} \int_0^{6D} \frac{q_w''(r)}{(T_w - T_{jet}) \lambda} D r dr \quad (4.12)$$

As detailed in Hannat et al. (2013), the difference between values from the medium and fine meshes is less than 1.5%. The maximum y^+ value computed with the medium mesh is around 0.5. Therefore, the medium mesh is sufficient for the computation of average values needed for the objective function.

4.6.1.2 Results comparison

The Nu distributions for $Re = 23000$ and $H/D = 2$ are compared to results from literature in Figure 4.6. The numerical results from Vieser et al. (2002) are obtained with CFX 5 and the SST turbulence model. Except from possible differences between code versions, the average y^+ value around 2 for Vieser et al. (2002) results may explain their higher values of Nu . The experimental data were taken from Colucci and Viskanta (1996), Baughn et al. (1991), Jungho and Sang-Joon (2000), and Yan (1993). The experimental results show a significant scatter of about 25% in the impingement region. The numerical results are within the uncertainty of the experimental data.

The Nu_{avg} from $r/D = 0$ to 6 is 73.64. Several correlations are available in the literature to validate this value. As mentioned in Hannat et al. (2013), the Nu_{avg} predicted by CFX are within the correlation uncertainties.

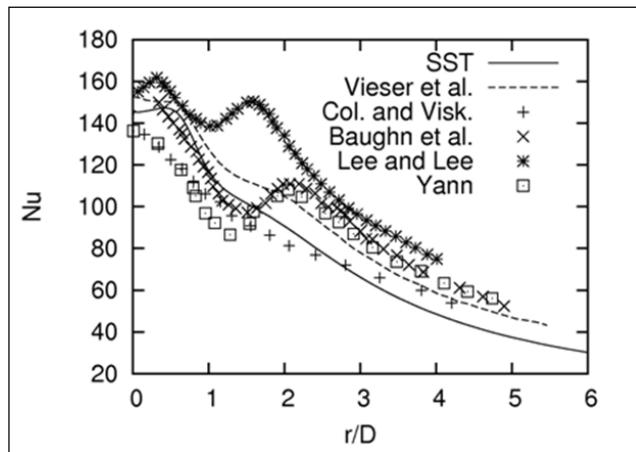


Figure 4.6 Local Nusselt number comparison

4.6.2 Anti-icing system

4.6.2.1 Grid Convergence Index GCI

A grid refinement study with three meshes was done by Hannat et al.(2013) to evaluate the GCI (Roache, 1994). The GCI were evaluated between the fine (8×10^6 nodes) and the medium (1.5×10^6 nodes) meshes along the curvilinear axis. The average value was 9.24%.

4.6.2.2 Results comparison

The heat transfer coefficient values are plotted along the curvilinear axis as shown in Figure 4.7. The curvilinear axis is defined by the intersection of the wing leading edge and the plane that passes through the centerline of the inclined jets. The plane is perpendicular to the piccolo tube surface. The black arrow in Figure 4.7 starts from the zero of the curvilinear distance s .

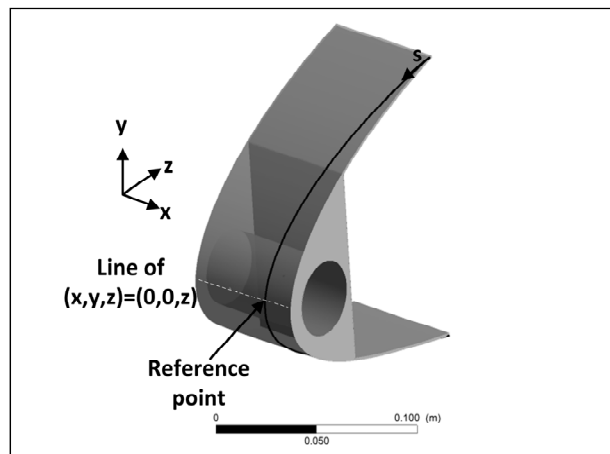


Figure 4.7 Curvilinear axis location on the leading edge for 2D analysis

The heat transfer coefficient along the curvilinear axis distance s/c is plotted in Figure 4.8. The curve shows that the heat transfer coefficients reach maximum values in the jet

stagnation point areas. A close up view of the stagnation region is shown in Figure 4.8, for the region delimited by $-0.035 \leq s/c \leq -0.01$. The grid in this region is refined, as Figure 4.5-b shows, and there is about 2000 wall nodes in this region. The first maximum value occurs at about the stagnation point but not exactly there for the region delimited by $-0.03 \leq s/c \leq -0.027$. A similar phenomenon has already been observed in previous jet impingement studies (Park et al., 2003) and has been shown to occur when constant velocity and turbulent profiles are used at jet inlet. The second maximum value has also observed in the literature for specific distances between jet entrance and wall. Finally, both heat transfer coefficients from Wright (2004) and ANSYS® CFX 12.1 increase near the channel entrance, around $s/c=0.075$.

ANSYS® CFX 12.1 results predict higher heat transfer coefficients than the Goldstein correlation used in the study of Wright (2004). The Goldstein correlation has been derived for a single jet impinging on a straight wall. The correlation parameters are the distance on the surface between the jet impingement point and the local position, the jet Reynolds number, and the distance between jet entrance and wall. Compressibility effects are not taken into account. Its application to this type of flow where jets interact together has not been validated. Therefore, based on these two observations, compressibility effect and fluctuation in the stagnation regions, the heat transfer coefficient values predicted by CFD are deemed acceptable even if they are higher than Wright results.

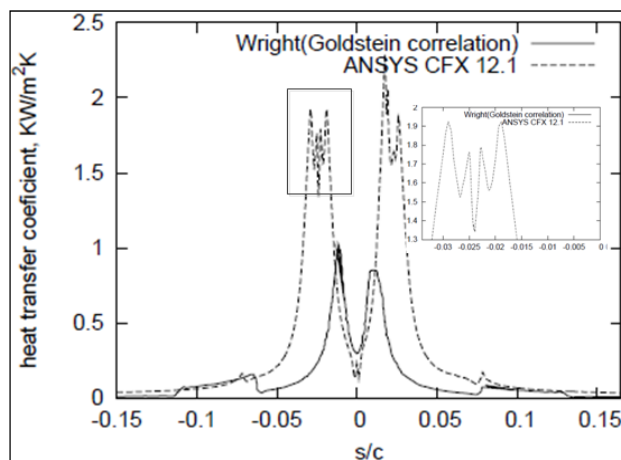


Figure 4.8 Heat transfer coefficient along curvilinear axis for internal flow

4.7 RSM with Kriging Method

4.7.1 Round impinging jet

The proposed kriging method uses the three parameters proposed in the Box-Behnken methodology from Hannat et al.(2013). The parameter values are shown in Tableau 4.2. The objective function is the Nu_{avg} , from $r/D = 0$ to $r/D = 6.25$.

Tableau 4.2 DoE matrix used for the round impinging jet

Variables	Re	H/D	Ma
Dimensionless			
-1	10000	2	0.1
0	25000	4	0.2
1	40000	6	0.3

According to Tableau 4.1, 13 simulations that combine the three design variables are run. The computed values from Hannat et al.(2013) are between 20% and 30% higher than the ones predicted by the correlation proposed in the literature for Nu_{avg} evaluation.

4.7.1.1 Kriging method for the round impinging jet

With the matrix \mathbf{M} , build from the 13×3 matrix of Tableau 4.1 and the column vector \mathbf{F} corresponding to the computed Nu_{avg} , the b coefficients of the kriging model are the solution in the least squares sense of the system of equations $\mathbf{MB}=\mathbf{F}$. The kriging model is

$$\begin{aligned}
f(Re', (H/D)', Ma') = & 84.1 + 35.242 Re' + 2.01(H/D)' - 0.747 Ma' + 0.28 Re' (H/D)' \\
& - 0.955 Re' Ma' + 0.05 (H/D)' Ma' \\
& - 5.792 Re'^2 + 0.2125 (H/D)'^2 - 2.662 Ma'^2 \\
& \sum_{i,j=1}^n b_i \left[\left((Re'_i - Re'_j)^2 + ((H/D)'_i - (H/D)'_j)^2 + (Ma'_i - Ma'_j)^2 \right)^{(3/2)} \right]
\end{aligned} \quad (4.13)$$

where Re' , $(H/D)'$ and Ma' replace x' , y' and z' for clarity. The Tableau 4.3 gives the values of b_i .

Tableau 4.3 The b_i coefficients of the dual kriging covariance for the Nu_{avg} objective function

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}
-0.394	-0.205	0.205	1.394	1.788	-1.189	0.189	-1.788	-0.394	1.583	-1.583	0.394	0

For $Re = 40000$ ($Re' = 1$), the resulting surface is plotted in Figure 4.9. By dual kriging definition, the average relative error between model results and numerical prediction is 0%, while the average relative error is around 1.4% for the Box-Behnken model in Hannat et al.(2013).

With RSM obtained with the Box-Behnken method and the SQP optimization method of MATLAB®(Fletcher, 2001), the maximum Nu_{avg} value occurs at (1, 1,-0.31) or $Re = 40\ 000$, $H/D = 6$, and $Ma = 0.169$. For the RSM of equation (4.13), the maximum Nu_{avg} value occurs at (1, 1,-0.159) or $Re = 40\ 000$, $H/D = 6$, and $Ma = 0.184$.

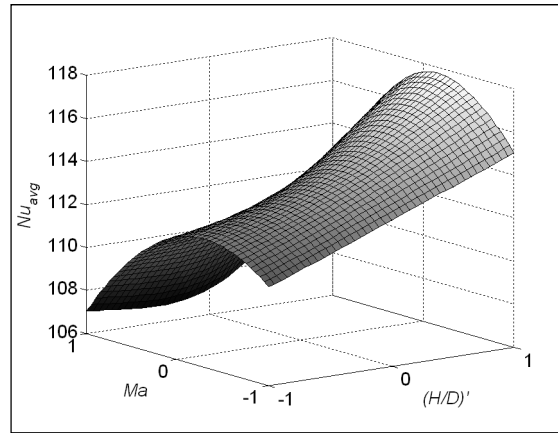


Figure 4.9 Parametric surface from dual kriging method for $Re=40000$

One advantage of the dual kriging method over the Box-Behnken method is the possibility to add experimental points to the initial test matrix. The initial optimal design parameter values (1, 1, -0.159) are used for a new CFD simulation. The RSM of equation (4.13), built from 13 run results, is updated to take into account the 14th run result. As it is shown in Figure 4.10 for the optimal design values where $Re' = 1$ and $(H/D)' = 1$, the kriging model built from 14 run results passes exactly by the new Nu_{avg} value from CFX.

Four points are plotted in Figure 4.10 to analyze the results. The first point is the initial optimal design obtained using the dual-kriging method with 13 runs. The second point is the optimal design obtained using the dual kriging method with 14 runs. The third point is the optimal design using the Box-Behnken method (Hannat et Morency, 2013). The last point is the Nu_{avg} value obtained by solving the CFD problem with the initial optimal design values. The maximum Nu_{avg} value predicted by RSM obtained with the kriging method and 14 runs is higher than the one obtained with equation (4.13). The Box-Behnken method also underpredicts the maximum Nu_{avg} value compared to models obtained with dual kriging method. Hence the dual kriging prediction of the optimal design with 13 runs is nearer to the CFD (ANSYS®, 2009a) value than the Box-Behnken model. Because a new data point is added, the dual kriging model with 14 runs is closer to the simulation results in the vicinity of the optimal parameter. Therefore, one can iteratively update the RSM with the kriging

method by adding new run results until the change in optimal parameter values are below a threshold user-defined ε , this procedure is illustrated in Figure 4.11.

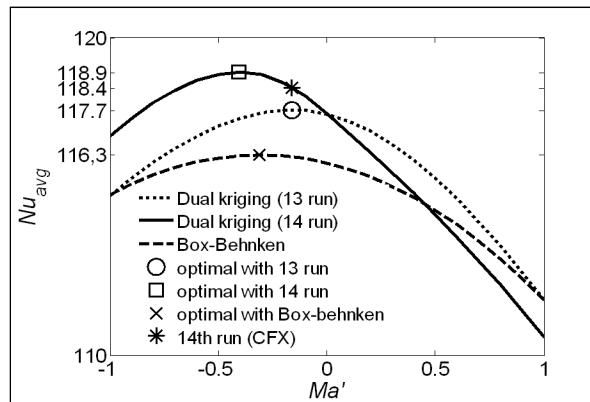


Figure 4.10 RSM comparison

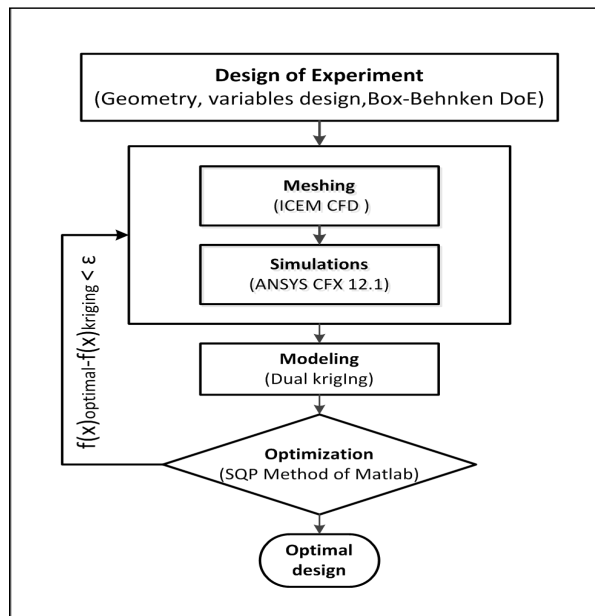


Figure 4.11 Methodology flow chart

4.7.1.2 Nugget effect

Numerical uncertainties can be added to the kriging model using the nugget effect. Figure 4.12 plots comparisons between the RSM with and without nugget effect included in the dual kriging method, using the 13 runs results. The 2D curves are plotted using the optimal design coordinates (I, I, Ma') . The maximum Nu_{avg} occurs at $Ma' = -0.159$ for both models with or without nugget effect. Two points are added to the plot, the first point is the Nu_{avg} value from CFD (ANSYS®, 2009a) results using the coordinate design variables $(I, I, 0)$ since the only CFD result that uses $Re' = 1$ and $Ma' = 1$ is that which corresponds to run 4 from Tableau 4.1; the second point corresponds to the optimal design with $(\alpha', (H/D)', Ma')_{optimal} = (I, I, -0.1599)_{optimal}$. As expected, the curve without nugget effect follows exactly by the simulation results and the curve with nugget effect under predicts the simulation result. Thus, the predicted Nu_{avg} value of the RSM without nugget effect is located closer the optimal design value from CFD results. The nugget effect smooths out the maximum and minimum values and, in this particular case, causes an under prediction of the Nu_{avg} value. In the subsequent study of the anti-icing system, nugget effect is neglected.

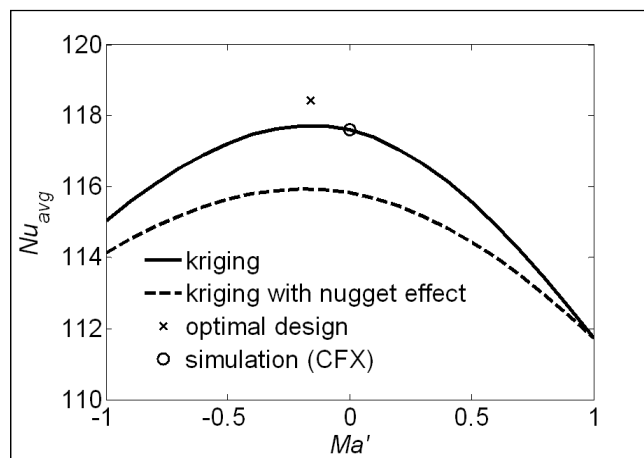


Figure 4.12 Nugget effect on the RSM using 13 runs

4.7.2 Anti-icing system

For the anti-icing system, the three design variables are α , H , \dot{m} . Tableau 4.4 shows the minimum, intermediate, and maximum values for the three design variables.

Tableau 4.4 DoE matrix used for the anti-icing system

Variables	$\alpha(deg)$	$H(m)$	$\dot{m}(g/s)$
Dimensionless			
-1	22.5	0.03	0.32
0	45	0.06	0.38
1	67.5	0.09	0.44

The objective function is the heat transfer effectiveness, defined in equation (4.14) as the ratio of the area average wall heat flux between jet airflow and wall, $\overline{q''_{W,area_LE}}$, divided by the summation of the average heat flow at each jet aperture, $\sum \overline{q''_{area_inlet}}$.

$$f_{obj}(\alpha', H', \dot{m}') = \frac{\overline{q''_{W,area_LE}}}{\sum \overline{q''_{area_inlet}}} \quad (4.14)$$

Tableau 4.5 resumes the effectiveness results corresponding to the 13 CFD runs for the anti-icing system. The effectiveness is higher than one because heat is also added by convection between the hot piccolo tube wall and the internal flow. The kriging method and the database are used to build a RSM of the heat transfer efficiency, to interpolate wall heat flux distribution in the protected area, and to predict wall heat flux distribution for parameters value that maximize heat transfer effectiveness.

Tableau 4.5 DoE effectiveness results

(α', H', Ma')	Effectiveness
(-1, -1, 0)	1.08
(-1, 1, 0)	1.09
(1, -1, 0)	1.13
(1, 1, 0)	1.04
(-1, 0, -1)	1.20
(-1, 0, 1)	1.15
(1, 0, -1)	1.12
(1, 0, 1)	1.11
(0, -1, -1)	1.15
(0, -1, 1)	1.20
(0, 1, -1)	1.21
(0, 1, 1)	1.16
(0, 0, 0)	1.21

4.7.2.1 RSM of the heat transfer efficiency with the kriging method

Using equations (4.8) and (4.9), with the column vector F corresponding to the computed heat transfer effectiveness (f_{obj}), the system of equations $MB=F$ is solved and the RSM is:

$$\begin{aligned}
 f(\alpha', H', \dot{m}') = & 1.151 + 0.048\alpha' + 0.006H' - 0.039\dot{m}' + 0.010\alpha'H' \\
 & + 0.007\alpha'\dot{m}' - 0.0007H'\dot{m}' \\
 & - 0.021\alpha'^2 + 0.004H'^2 + 0.009\dot{m}'^2 \\
 & \sum_{i,j=1}^n b_i \left[\left((\alpha'_i - \alpha'_j)^2 + (H'_i - H'_j)^2 + (\dot{m}'_i - \dot{m}'_j)^2 \right)^{(3/2)} \right]
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

where α' , H' and \dot{m}' replace x' , y' and z' . The coefficients $b_i \times 10^{-4}$ are presented in Tableau 4.6. From equation (4.15) and considering the coefficients weights, the angle α and the cross product variables αH influence strongly the anti-icing system effectiveness.

Tableau 4.6 Covariance coefficients ($b_i \times 10^{-4}$) from 13 runs

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}
-81	78	-78	81	-51	54	-54	51	133	26	-26	-133	0

Using the SQP optimization tool of MATLAB[®](2010a), the optimal design parameters are found to be $(\alpha', H', \dot{m}') = (1, 1, -1)$ corresponding to a maximum heat transfer effectiveness value of 1.24. The update of the RSM to take into account a 14 CFD run at optimal design point leads to the same optimal design parameters combination; hence there is no need to follow the procedure shown in Figure 4.11.

Figure 4.13 show the RSM obtained using equation (4.15) and a fixed design parameter $\dot{m}' = -1$. The model is plotted as function of the design variables α' and H' . As it can be seen, the maximum effectiveness occurs at the point (1, 1, -1). The main growth in the model is observed in the positive α' direction. The parameter H has less influence as expected by its weight factor, but the combined H' and α' give the maximum value effectiveness as expected by their cross product weight factor.

Figure 4.14 is the 2D comparison of the equation (4.15) with the RSM from the Box-Behnken method of Hannat et al.(2013). For both models, the maximum effectiveness is observed at $\alpha' = 1$, $H' = 1$ and $\dot{m}' = -1$, or $\alpha = 67.5^\circ$ and $H = 0.009\text{m}$ and $\dot{m} = 0.32\text{ g/s}$.

The optimal design found minimizes the mass flow rate to maximize the effectiveness. However, no constraint is imposed on the average wall heat flux value. The wall heat flux provided at maximum effectiveness may not be enough to prevent ice accretion in the protected area. Reducing the mass flow rate reduces the energy extracted from the

compressor but it also reduces the amount of energy available in the protected area. Further work is needed to add constraints into the SQP algorithm, but the dual kriging method gives a good representation of the CFD results.

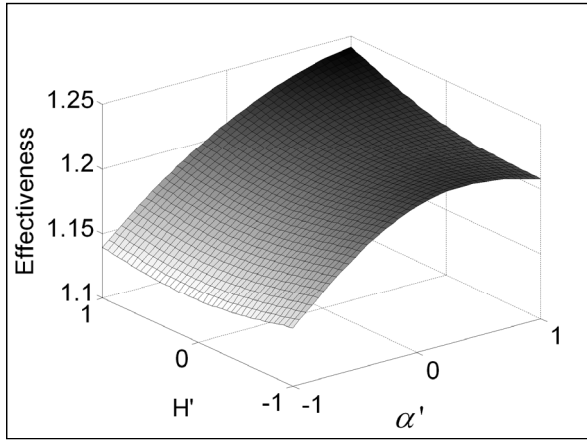


Figure 4.13 Heat transfer effectiveness as a function of H' and α' , for $\dot{m}' = -1$ (3D)

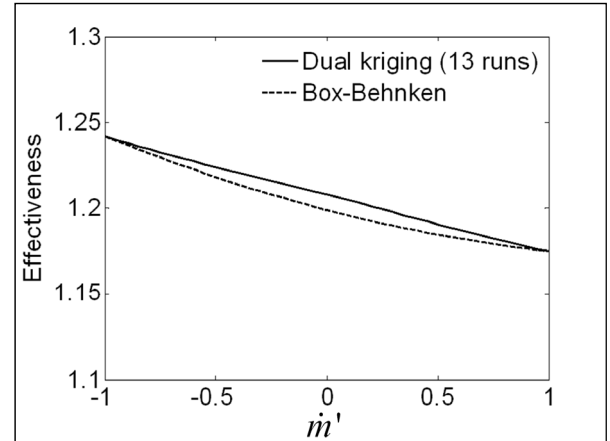


Figure 4.14 Heat transfer effectiveness as a function of \dot{m}' ($\alpha'=1, H'=1$)

4.7.2.2 Interpolate wall heat flux distribution using the kriging method

The dual kriging method was used to build a RSM to predict wall heat flux distribution, q_w'' , on the protected area for given values of the parameters. To build the model, a number of sampling points with spatial coordinates (x,y,z) and q_w'' values are selected.

For example, the q_w'' values for Run 8, with parameter values (1, 0, 1), are modeled. From the CFD (ANSYS®, 2009a) simulation, 43984 nodes with q_w'' values are available on the leading edge. From these nodes, the q_w'' distribution is modeled with the dual kriging method using equation (4.5). The objective function becomes q_w'' and the (x,y,z) points coordinates on the leading edge are the design parameters.

To reduce the matrix size used with the dual kriging method, only a fraction of the nodes is used as sampling points. The sampling points are selected randomly among the 43984 leading edge nodes. To obtain a representative RSM, at least 540 sampling points are needed on the leading edge. Fewer points lead to models with clearly wrong minimum and maximum heat flux values. The predicted q''_w on the leading edge for Run 8 are presented in Figure 4.15. Figure 4.16 shows the difference when the model is built using less than 540 points. Two unexpected positive peaks occur at (-0.025, -0.065) and (-0.025, -0.015) due to the lack of sampling points in those two regions when the RSM is built. Figure 4.17 is the q''_w contours corresponding to the projection of the RSMs as shown in Figure 4.15 and Figure 4.16. The q''_w model contours are compared to the CFD results. Some regions of the contours plots in Figure 4.17 c) present positive values corresponding to inflow heat flux and therefore the model with less than 540 sampling points is inaccurate. Using more points leads to improved accuracy, but increases computing cost.

The dual kriging method is capable to model the distribution of q''_w with information from a reasonable amount of points. The model can be used to interpolate q''_w at given point coordinate on protected area.

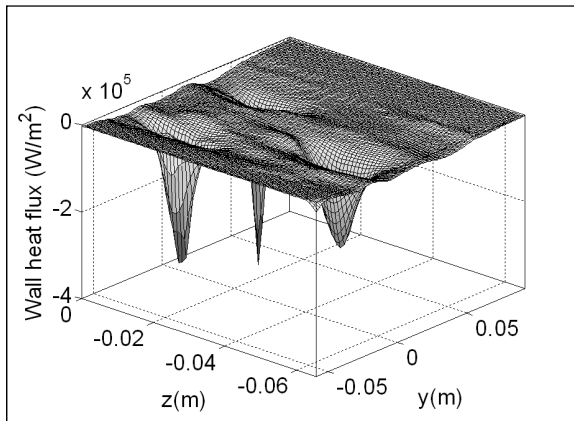


Figure 4.15 RSM of the dual kriging of the wall heat flux for test case (1,0,1) using 540 points

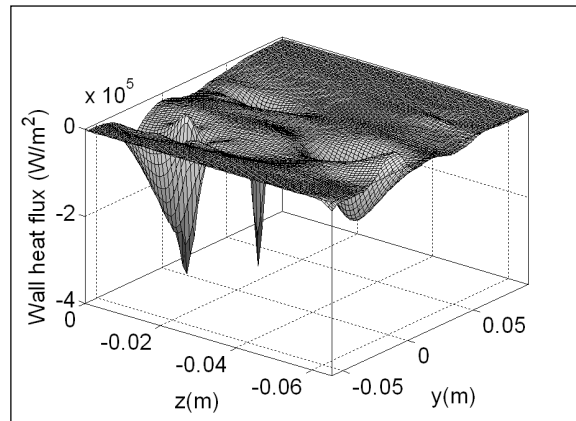


Figure 4.16 RSM of the dual kriging of the wall heat flux for test case (1,0,1) using 270 points

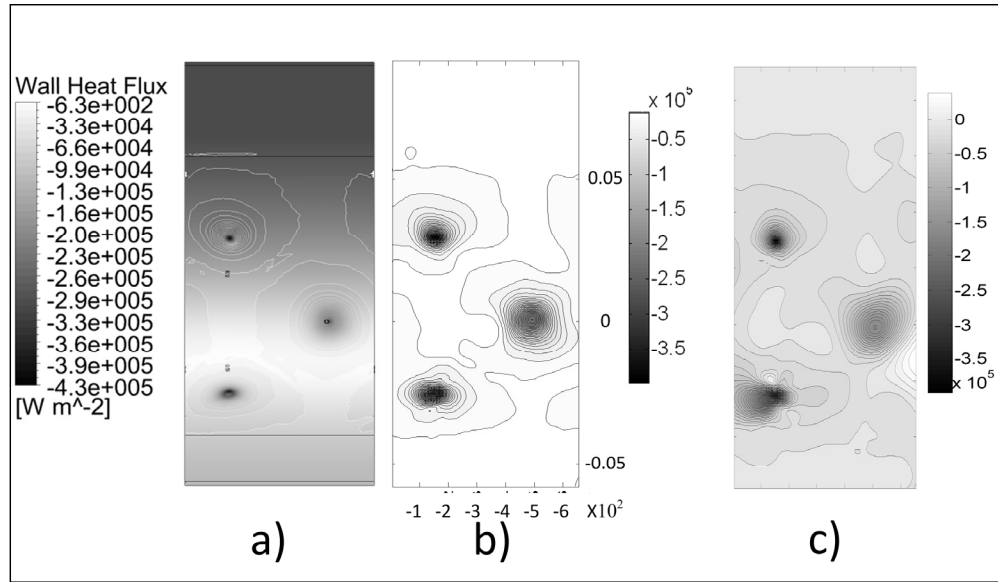


Figure 4.17 Comparison of the wall heat flux contour for test case (1,0,1):
a) CFX (43000 points), b) dual kriging (540 points), c) dual kriging (270 points)

4.7.2.3 Prediction of the optimal wall heat flux distribution using kriging method

An alternative to additional CFD calculations is to use the dual kriging method to predict the q''_w distribution corresponding to the maximum effectiveness found from equation (4.15). If q''_w for each of the 13 runs are known at fixed locations, it is possible to use the dual kriging method to build models for q''_w at each location based on three design parameters. Therefore, it is not possible to use the node coordinates to build a model because node positions changes from run to run, since geometry changes between runs. Every run uses different internal domain mesh, especially on the leading edge as shown in Figure 4.5. Thus, the kriging method is used to interpolate value at fixed coordinate points.

First, for each of the 13 runs, RSMs for the q''_w distribution on the surface is obtained. Second, based on the 13 RSMs, q''_w are extracted at fixed (x,y,z) coordinates for the 13 design parameter values. Finally, based on the extracted q''_w , models are build for each

(x,y,z) using (α', H', \dot{m}) as design parameter. Then, the q_w'' is computed for the three optimal design variables (1, 1, -1) at each (x,y,z) . The q_w'' are plotted as contours in Figure 4.18 and as RSM in Figure 4.19. For this case, the minimum fixed (x,y,z) coordinates needed to obtain acceptable models is around 10% of the nodes numbers in the protected area. On average, the surface meshes of 43000 nodes on the leading edge are used for the CFD simulation in the 13 runs.

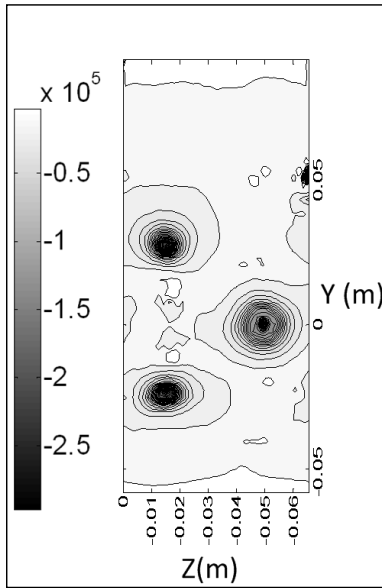


Figure 4.18 Contours of the dual kriging of the optimal wall heat flux (60X70 points)

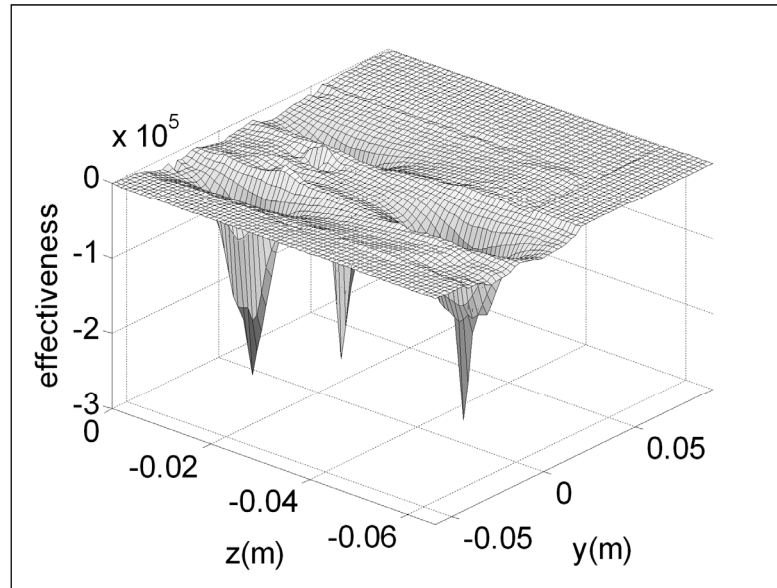


Figure 4.19 RSM of the dual kriging of the optimal wall heat flux (60X70 points)

4.8 Conclusion

RSMs based on three design variables, from a database populated using CFD, have been built using a dual kriging method and used with an SQP optimization tool to maximize the design effectiveness of a hot air anti-icing system. To validate the proposed methodology, RSMs are obtained for two test cases using the Box-Behnken DoE and the dual kriging method.

The database is populated using CFD code to solve the RANS equations with the $k - \omega$ SST turbulence model.

Three modeling capabilities, offered by dual kriging method and not by classical RSM method, were investigated. The possibility to take into account numerical error in the database does not improve the quality of the optimisation for the cases studied here. It is expected that for noisy numerical data, in the case of poor convergence of the solutions for example, taking this into account could smooth the RSM and improve the optimization process. The local improvement of the RSM by adding points to the database has been used successfully, although without dramatic effect on the optimal values for the parameters. Of the three modeling capabilities, the most interesting feature offered by kriging method is the reconstruction of local heat transfer distribution on the leading edge. Once the optimal parameter values are found, it is possible to predict local heat transfer distribution needed for CHT without additional CFD calculations.

For the round impinging jet test case, the Nu values predicted by CFD are validated against empirical, numerical, and experimental results. The Nu_{avg} RSM of the dual kriging method is in good agreement with the RSM of the Box-Behnken method. Maximum value occurs for maximum Re number and maximum H/D spacing, in agreement with empirical correlation. To take into account the numerical uncertainties, nugget effects can be added to the kriging method. However, for the presented results, that does not improve the quality of the predicted maximum Nu_{avg} value. Thus, the uncertainty effects are neglected for the optimisation of the anti-icing system.

For the second test case, the internal flow inside an anti-icing system, a RSM of the heat transfer effectiveness obtained with the dual kriging method is proposed. Using the SQP method of MATLAB[®], the optimal design parameters are found to be, for the DoE matrix selected, the minimum mass flow rate, the maximal value of the jet angle, and the maximal value of the distance from the piccolo tube to the inner wall. Further work is needed to add constraints into the SQP algorithm, but the dual kriging method gives a good RSM

representation of the CFD results. The update of the RSM to take into account new additional point in the design space does not change the predicted optimal design parameter value for the case studied here. The dual kriging method was successful used to interpolate optimal q''_w distribution on the leading edge from the initial database.

The most attractive features of the dual kriging method are: i) its flexibility to model the objective functions as the existing q''_w for each node on the leading edge, ii) its capability to use new objective function values at additional points in the design space, iii) and its ability to predict the q''_w distribution corresponding to the maximum effectiveness, without the need to run additional CFD calculations with the optimal parameters.

CONCLUSION

Les systèmes de protection contre le givre basés sur la circulation d'air chaud sont particulièrement difficiles à concevoir. Le problème de la simulation d'un système d'antigivrage est complexe et multiphysique car il nécessite de prendre en compte l'écoulement externe, de connaître la quantité d'eau captée par l'aile, d'évaluer la quantité d'eau qui gèle, de simuler la conduction dans la paroi solide ainsi que la quantité de chaleur produite par le système de protection. L'expérimentation sur les systèmes d'antigivrage étant très coûteuse et difficile à réaliser, une alternative visant à réduire le temps d'expérimentation requis est l'utilisation des calculs CFD qui simulent de la façon la plus réaliste possible l'écoulement et le transfert de chaleur réel. Néanmoins, ces calculs CFD nécessitent de grandes ressources de calculs pour solutionner le problème.

L'objectif principal de cette thèse est l'application d'une nouvelle méthodologie de modélisation de l'efficacité de transfert thermique d'un système d'antigivrage à air chaud pour aile d'avion afin d'obtenir un bon design qui consomme le moins d'énergie possible.

En pratique, pour réduire le temps de calcul, des simulations CFD sont effectuées seulement à certains points de l'espace de design et les résultats sont interpolés par la suite entre ces points à l'aide d'un métamodèle. Ce dernier relie l'efficacité de transfert thermique aux trois variables de design à savoir la position du tube piccolo par rapport au bord d'attaque, l'inclinaison des jets et le débit massique à l'entrée du jet. Ce métamodèle sert comme moyen d'interpolation pour trouver le maximum de l'efficacité de transfert thermique à l'aide de la méthode SQP. Le design optimal est celui dont la combinaison des trois variables de design permet de maximiser cette efficacité.

La méthodologie d'optimisation fait appel à la construction des métamodèles par les méthodes de Box-Behnken ou du krigeage dual. La base de données nécessaire à la construction des métamodèles est obtenue à l'aide de modèles haute-fidélité utilisés en CFD. La méthode Box-Behnken sert d'abord à la construction de la matrice de design et par la

suite à la comparaison avec la méthode du krigeage dual. Afin d'améliorer le métamodèle construit par la méthode Box-Behnken, on propose une méthode numérique de construction des métamodèles basée sur la méthode probabiliste du krigeage dual.

L'objectif principal est atteint par la réalisation des trois sous-objectifs suivants :

1. La validation des codes numériques utilisés pour les calculs CFD dans un système d'antigivrage à air chaud et le choix du type de solution CHT, c.-à-d., avec ou sans présence de gouttelettes d'eau dans l'air externe;
2. La détermination des paramètres de design critiques et l'application de la méthode Box-Behnken pour construire une matrice de design à trois paramètres;
3. L'application de la méthodologie du krigeage dual pour la construction du métamodèle du système d'antigivrage à être utilisé dans la procédure d'optimisation d'une part, et pour l'interpolation du flux de chaleur correspondant au design optimal sans avoir recours à un calcul CFD supplémentaire d'une autre part.

Pour le premier sous-objectif, les outils numériques de CFD sont utilisés pour calculer le coefficient de transfert de chaleur et la température. Le nouveau module du transfert de chaleur conjuguée CHT3D/CFX qui est un couplage de FENSAP-ICE et de ANSYS® CFX est validé par rapport aux résultats trouvés dans la littérature. CHT3D/CFX est validé d'abord pour un cas test 2D représentant un écoulement parallèle dans un échangeur thermique. Les résultats obtenus concordent très bien avec les résultats numériques de la littérature. Pour le système d'antigivrage à tube piccolo, les résultats du transfert de chaleur thermique pour un profil aérodynamique donné soumis à un écoulement d'air humide ou sec sont présentés. Même si l'écoulement est complexe, les résultats numériques sont en concordance avec la littérature. Les températures numériques du mode humide ou sec sont comparées aux résultats expérimentaux et à d'autres résultats numériques. Les températures du nouveau module CHT3D/CFX ou de ANSYS CFX 12.1 se trouvent dans l'intervalle d'incertitude des températures expérimentales même si les coefficients de transfert de chaleur calculés sont supérieurs à ceux obtenus par la corrélation utilisée dans un article de la littérature. La comparaison des deux modes montre qu'on peut simplifier l'étude d'un

système d'antigivrage en considérant seulement le mode sec et cela dans les conditions givrantes spécifiques de l'expérience de la littérature.

Pour le deuxième sous-objectif, des métamodèles basés sur trois variables de design sont obtenus en utilisant l'approche du plan d'expérience Box-Behnken. La base de données est bâtie en utilisant le logiciel CFD ANSYS® CFX 12.1 pour solutionner les équations RANS avec le modèle de turbulence $k-\omega$ SST. Pour un jet incident non confiné à partir d'une buse, le nombre de Nusselt prévu par la CFD est validé par rapport aux résultats empiriques, numériques et expérimentaux. Les résultats de la CFD sont dans l'intervalle de l'incertitude des résultats. Un métamodèle de deuxième ordre du Nusselt moyen est construit. Le maximum du métamodèle correspond au nombre de Reynolds maximal et à la distance maximale H/D tel que prévu par les relations empiriques. Pour le système d'antigivrage, les nombres de Nusselt internes prédits par la CFD en utilisant le transfert de chaleur conjugué ou en imposant une température constante à la paroi sont comparés aux autres résultats numériques. Pour les deux cas, les résultats sont en accord avec les valeurs trouvées dans la littérature pour une aile soumise à un écoulement d'air sec. Un métamodèle de deuxième ordre de l'efficacité du transfert thermique est proposé. L'efficacité de transfert thermique maximal du système d'antigivrage déduit à partir du modèle correspond à la valeur intermédiaire du débit massique, de l'angle d'inclinaison maximal et de la distance minimale entre le tube piccolo et la paroi interne du bord d'attaque. L'approche du plan d'expérience Box-Behnken est utile tant que la solution initiale est proche de l'optimale. L'une des limitations de cette méthode réside dans le fait qu'il est impossible de correctement prendre en compte l'effet de nouvelles valeurs sur la fonction objectif si d'autres points de design sont ajoutés.

Pour le troisième sous-objectif, des métamodèles basés sur trois variables de design sont construits en appliquant la méthode du krigeage dual à partir de la même base de données utilisée précédemment pour la modélisation avec le plan d'expérience de Box-Behnken. L'outil d'optimisation SQP est utilisé avec ces métamodèles pour maximiser l'efficacité de transfert thermique du système d'antigivrage à air chaud. Pour valider la méthodologie

proposée, les métamodèles sont obtenus pour deux cas test en utilisant la méthode RSM basée sur la méthode de Box-Behnken et la méthode du krigeage dual.

Pour le cas test du jet incident à partir d'une buse, le métamodèle du nombre de Nusselt moyen obtenu avec la méthode du krigeage dual est en très bonne concordance avec le métamodèle obtenu avec la méthode de Box-Behnken. Le maximum correspond au Re maximal et la distance maximale H/D ce qui est en accord avec les corrélations empiriques. Pour tenir compte de l'erreur numérique lors de la construction du modèle RSM, l'effet de pépité peut être ajouté à la méthode du krigeage. Dans le cas étudié, les bornes des variables de design sont suffisamment espacées entre elles pour que l'erreur numérique n'affecte pas les résultats de l'optimisation basée sur le métamodèle. Ainsi, pour les résultats présentés, cet effet ne change pas la prédiction du Nusselt moyen maximal et, par la suite, la prédiction de l'efficacité thermique du système d'antigivrage, par conséquent, l'effet de l'erreur numérique est négligé pour l'optimisation du système d'antigivrage.

Pour le deuxième cas test, soit l'écoulement interne dans le système d'antigivrage, le modèle RSM de l'efficacité de transfert thermique obtenu par la méthode du krigeage dual est calculé. En utilisant la méthode SQP de MATLAB[®] et à partir de la matrice de design du plan d'expérience, on constate que les paramètres trouvés du design optimal correspondent au débit massique minimal, à l'angle d'inclinaison maximal et à la distance maximale du tube piccolo à la paroi interne du bord d'attaque. La méthode du krigeage dual permet d'avoir un bon métamodèle représentatif des résultats des simulations CFD. Pour ce deuxième cas test, la mise à jour du métamodèle par l'ajout d'un nouveau point dans l'espace de design ne change pas les valeurs des variables du design optimal qui se trouve juste à la limite de l'espace de design, c.-à-d., à la borne (1, 1,-1). Il serait donc nécessaire d'élargir l'espace de design au voisinage de la borne (1, 1,-1) en posant, par exemple, un nouveau design à (2, 2,-2). Ensuite, le métamodèle est mis à jour avec ce nouveau design (2, 2,-2) avec sa valeur correspondante de l'efficacité thermique calculée dans ANSYS[®] CFX 12.1. En conséquence, la méthode SQP peut donc être appliquée pour vérifier que le design optimal recherché ne se trouve pas à l'une des bornes de son espace. Enfin, avec l'obtention

de ce design final, la méthode du krigeage dual est utilisée avec succès pour l'interpolation de la distribution du flux de chaleur optimal sur le bord d'attaque à partir des données initiales.

Les caractéristiques les plus attrayantes de la méthode du krigeage dual par rapport à la méthode Box-Behnken se résument comme suit :

- sa flexibilité pour modéliser les fonctions objectifs telles que le flux de chaleur à chaque nœud sur le bord d'attaque;
- sa capacité à utiliser de nouvelles valeurs de la fonction objectif à des endroits supplémentaires dans l'espace de design;
- sa capacité à prédire la distribution du flux de chaleur correspondant à l'efficacité de transfert thermique maximal sans recourir à des calculs de CFD supplémentaires avec les paramètres optimaux.

Contributions scientifiques

Lors de cette étude, trois contributions scientifiques sont produites à savoir :

- pour l'étude paramétrique d'un système d'antigivrage à tube piccolo, le transfert de chaleur conjugué en considérant le CHT en mode sec peut remplacer le CHT en mode humide, et ce, pour les conditions givrantes spécifiques de l'expérience considérée dans cette thèse;
- la formulation d'un premier métamodèle basé sur la méthode de krigeage dual de l'efficacité thermique d'un système d'antigivrage à tube piccolo qui peut se mettre à jour;
- l'interpolation du flux de la distribution du flux de chaleur à la paroi qui correspond à l'efficacité maximale en utilisant la méthode du krigeage dual sans recourir à un calcul CFD supplémentaire;

Impacts industriels

- Grâce à la coopération ÉTS-NTI dans le cadre d'un stage Mitacs, le module CHT3D/CFX du code commercial FENSAPICE est rendu compatible avec CFX. Ce module est testé pour la première fois dans cette étude. L'ajout de ce module rend le code FENSAPICE plus polyvalent.
- Il a été montré que l'outil Matlab permet de développer rapidement des routines pour la modélisation et l'interpolation par la méthode du krigeage dual, ce qui pourrait intéresser des compagnies qui cherchent à développer des outils d'optimisations.
- La problématique de l'optimisation des systèmes antigivre à air chaud touche particulièrement les compagnies qui conçoivent et fabriquent des avions. La méthodologie de design proposée, si elle est adoptée par l'industrie aéronautique, permettra éventuellement de :
 - Réduire les coûts de conception des systèmes de protection contre le givre;
 - Réduire le surdimensionnement des systèmes d'antigivrage et ainsi éviter un surdimensionnement des moteurs ;
 - Augmenter la sécurité du transport aérien ;
 - Faciliter l'analyse et le développement des nouveaux systèmes antigivres par les ingénieurs;
 - Réduire les émissions polluantes des avions en réduisant la taille des moteurs et le poids des avions.

RECOMMANDATIONS

Les points suivants sont recommandés pour des études futures:

- Vérification que le flux de chaleur optimal trouvé permet d'éviter la formation de glace à l'aide d'un code de givrage. Si de la glace se forme, refaire la méthodologie en ajoutant une contrainte d'optimisation jusqu'à avoir le design final;
- Comparaison avec d'autres méthodes de modélisation telle que RBF;
- Comparaison du DoE Box-Behnken avec d'autres plans d'expériences (par exemple : Full factorial, CC);
- Étude d'autres formes de covariance pour la méthode de krigeage dual (par exemple : linéaire, log);
- Exploration d'autres paramètres de design tels que la distance entre les buses et leurs formes.

ANNEXE I

REMARQUE

La valeur du C_p au point de stagnation sur la paroi d'une aile d'avion devrait être égale à 1, par contre la valeur calculée dans le premier article est de 1.1 tel que le montre la Figure 2.20 du chapitre 2. L'objectif de cette annexe est d'expliquer cette déviation du C_p au point de stagnation et partout ailleurs sur la paroi de l'aile. Pour comprendre cette déviation, les équations utilisées pour le calcul du C_p sont présentées dans le détail, en portant une attention particulière au terme de densité qui varie proche de la paroi chaude du profil.

Sachant que le C_p est fonction de la densité de l'air externe on s'intéresse alors à deux cas possibles pour le calcul de cette densité. Dans le premier cas, la densité est imposée constante partout sur la paroi de l'aile. Pour le deuxième cas, la densité utilisée est celle calculée dans ANSYS CFX 12.1. Enfin, pour faire une comparaison numérique entre les deux cas, la densité et le C_p sont calculés au point de stagnation.

La surestimation du C_p de la Figure 2.20 au point de stagnation et ailleurs sur le profil de l'aile est due à la fluctuation de la densité de l'air calculée dans ANSYS CFX 12.1 tel que le montre la Figure I 1. Même si l'écoulement est incompressible, CFX tient compte de la fluctuation de la densité en fonction de la température totale sur la paroi. La Figure I 2 montre que la température totale varie entre $270K$ (T_p) et $300K$. La comparaison des courbes de la Figure I 1 et de la Figure I 2 montre que la densité de l'air sur la paroi de l'aile est inversement proportionnelle à la température totale sur la paroi de l'aile. Cette diminution de la densité engendre la surestimation du C_p au point de stagnation. Cependant, si l'on prenait une valeur fixe de la densité à la température T_{ref} , on retrouverait la même courbe C_p que par XFOIL et la valeur du C_p au point de stagnation est égale à 1.

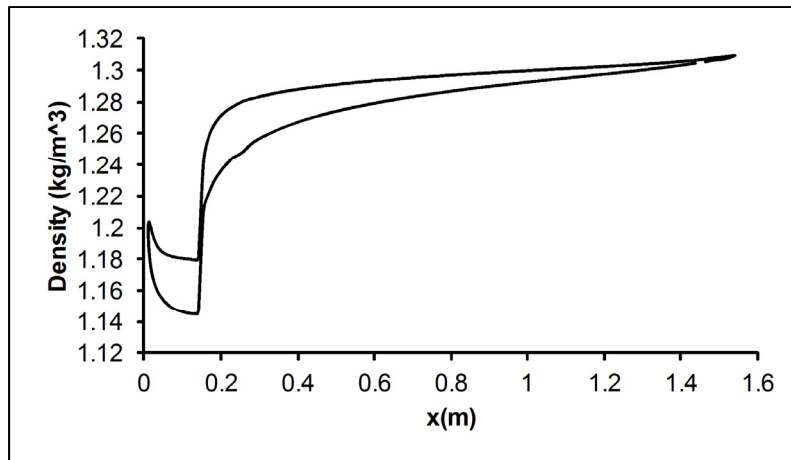


Figure I 1 Masse volumique de l'air autour de l'aile

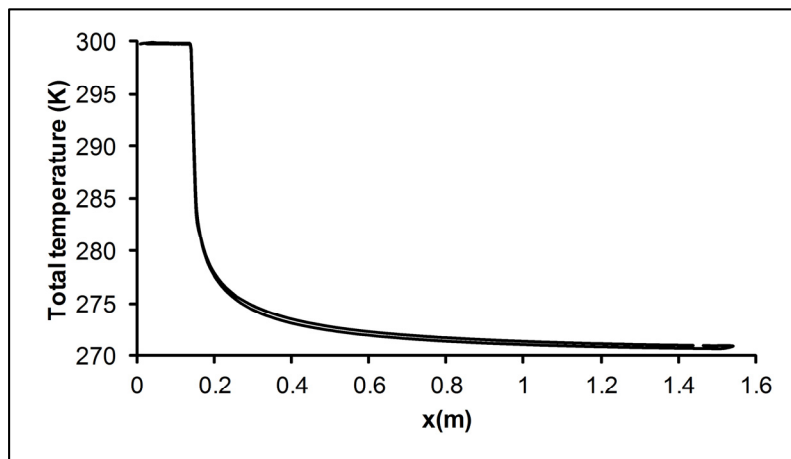


Figure I 2 Température totale sur le profil de l'aile

Pour s'en convaincre, regardons les équations et les valeurs impliquées. La densité de l'air sur le profil de l'aile est calculée avec la loi des gaz parfait de l'équation (I.1).

$$\rho = \frac{P_i}{RT_p} \quad (I.1)$$

Le C_p est calculé dans ANSYS CFX 12.1 selon L'équation (I.2):

$$Cp = \frac{P_{\infty} - P_i}{\frac{1}{2} \rho_i U_{\infty}^2} \quad (I.2)$$

- où : P_i est la pression statique de l'air le long du profil de l'aile;
- T_p est la température imposée sur le profil de l'aile. Cette température correspond à 300K sur la partie chauffée de l'aile; c.-à-d., le bord d'attaque et à la température de référence 270K partout ailleurs sur l'aile;
- ρ_i est la densité de l'air sur le profil de l'aile calculé dans CFX.

Dans la littérature, le Cp est obtenu en utilisant la masse volumique dans l'écoulement non perturbé, ρ_{∞} . Pour le calcul du Cp au point de stagnation par exemple, CFX utilise une température de 300K alors que dans la littérature, une température de 270K serait utilisée. La densité ρ_i au point de stagnation se trouve selon l'équation (I.1). Pour chaque densité trouvée on peut calculer son Cp correspondant selon l'équation (I.2), en supposant que les autres variables restent inchangées.

Les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau I 1. L'intervalle d'incertitude $\epsilon_{relative}$ (Eq (I.3)) des températures utilisées sur le profil de l'aile est de 11% ce qui correspond exactement à la même incertitude calculée pour le Cp . Donc, au point de stagnation qui se trouve sur le bord d'attaque chauffé à une température de 300K, la densité est réduite de 11% par contre le Cp augmente de 11%. C'est ce qui explique qu'au lieu d'avoir un Cp égale à 1 au point de stagnation, on obtient 1.11 tel que montré dans la Figure I 3.

$$\epsilon_{relative}(\%) = \left| \frac{f_{ref} - f}{f_{ref}} \right| \times 100 \quad (I.3)$$

où f est la valeur mesurée de la fonction et f_{ref} est la valeur de référence.

Tableau I 1 Temperature et Cp au point de stagnation

R (J/kg K)	286.9	286.9	$\varepsilon_{\text{relative}}$ (Température)	11%
$P_i = P_{stag}$ (Pa)	103600	103600		
P_{ref} (Pa)	101325	101325		
T_{ref} (K)	270	300		
Vitesse (m/s)	59.12	59.12		
$\rho_i = \rho_{stag}$ (kg/m ³)	1.30	1.17	$\varepsilon_{\text{relative}} (\rho)$	11%
Cp	1	1.1	$\varepsilon_{\text{relative}} (Cp)$	11%

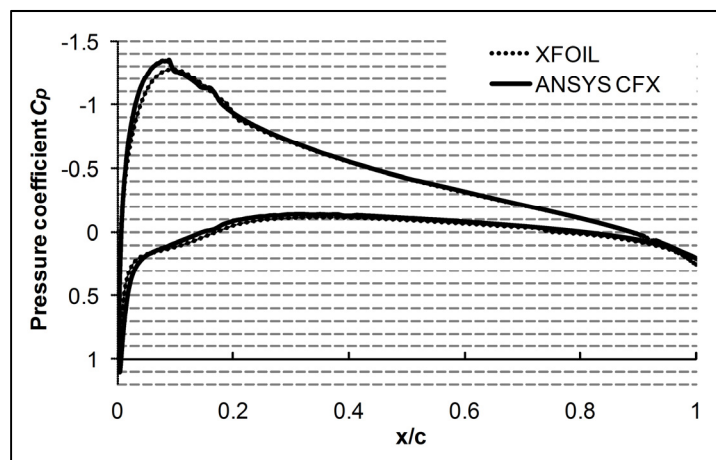


Figure I 3 Coefficient de pression C_p (ANSYS® CFX 12.1 vs Xfoil),
 $Re=6.9 \times 10^6$, $AOA=3$

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Annadurai, G., et R. Y. Sheeja. 1998. « Use of Box-Behnken design of experiments for the adsorption of verofix red using biopolymer ». *Bioprocess and Biosystems Engineering*. Vol. 18, n° 6, p. 463-466. In google Scholar.
< <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs004490050472> >.
- ANSYS®. 2007. *ANSYS ICEM CFD/CFX Environment* (Version 10.0). SAS IP, Inc.
- ANSYS®. 2009a. *ANSYS CFX* (Version 12.1). Canonsburg: ANSYS, Inc.
- ANSYS®. 2009b. *ANSYS CFX Release Notes*. (Version 12.1). Canonsburg: ANSYS, Inc.
- Baillargeon, Sophie. 2005. « Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations ». Québec, Université Laval. In /z-wcorg/.
<http://worldcat.org>. < <http://www.theses.ulaval.ca/2005/22636/22636.pdf> >.
- Baughn, J. W., A. E. Hechanova et Yan Xiaojun. 1991. « An experimental study of entrainment effects on the heat transfer from a flat surface to a heated circular impinging jet ». *Transactions of the ASME. Journal of Heat Transfer*. Vol. 113, n° 4, p. 1023-5. In Inspec. New York: IEE. < <http://dx.doi.org/10.1115/1.2911197> >.
- Beaugendre, Heloise, Francois Morency et Wagdi G. Habashi. 2006. « Development of a second generation in-flight icing simulation code ». *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*. En ligne. Vol. 128, n° 2, p. 378, 387. In Inspec. New York: IEE. < <http://dx.doi.org/10.1115/1.2169807> >.
- Beaugendre, Heloise, Francois Morency, Wagdi G. Habashi et Pascal Benquet. 2003. « Roughness implementation in FENSAP-ICE: Model calibration and influence on ice shapes ». *Journal of Aircraft*. Vol. 40, n° 6, p. 1212-1215. In AIAA. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
< <http://dx.doi.org/10.2514/2.7214> >.
- Behnia, M., S. Parneix, Y. Shabany et P. A. Durbin. 1999. « Numerical study of turbulent heat transfer in confined and unconfined impinging jets ». *International Journal of Heat and Fluid Flow*. En ligne. Vol. 20, n° 1, p. 1-9. In Compendex. Elsevier Inc.
< [http://dx.doi.org/10.1016/S0142-727X\(98\)10040-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0142-727X(98)10040-1) >.
- Bourgault, Y., H. Beaugendre et W. G. Habashi. 2000. « Development of a shallow-water icing model in FENSAP-ICE ». *Journal of Aircraft*. Vol. 37, n° 4, p. 640-646. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.2514/2.2646> >.

- Bourgault, Yves, Wagdi G. Habashi, Julien Dompierre et Guido S. Baruzzi. 1999. « A finite element method study of Eulerian droplets impingement models ». *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. Vol. 29, n° 4, p. 429-449. In Compendex. Elsevier Inc. < [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0363\(19990228\)29:4<429::AID-FLD795>3.0.CO;2-F](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1097-0363(19990228)29:4<429::AID-FLD795>3.0.CO;2-F) >.
- Bouزيد, Abdel-Hakim, et Henri Champiaud. 2004. « Contact stress evaluation of nonlinear gaskets using dual kriging interpolation ». *Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME*. En ligne. Vol. 126, n° 4, p. 445-450. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1115/1.1806444> >.
- Brown, J. M., S. Raghunathan, J. K. Watterson, A. J. Linton et D. Riordon. 2002. « Heat transfer correlation for anti-icing systems ». *Journal of Aircraft*. En ligne. Vol. 39, n° 1, p. 65-70. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/2.2896> >.
- Buhman, Martin. D. 2003. *Radial Basis Functions: Theory and Implementation*. En ligne. Coll. « Cambridge monographs on applied and computational mathematics, 12 ». United Kingdom: Cambridge University Press, 259 p. Library of Congress.
- Canadian Aviation Regulations, Aircraft Icing Operations*. july 04 2012. On line. Minister of Justice.
- Carlos N. Donatti, Rafael A. Silveira, Gerson Bridi, Clovis R. Maliska et Antônio F. C. da Silva. 2007. « Ice Accretion Simulation in Presence of a Hot Air Anti-Icing System ». In *19th International Congress of Mechanical Engineering*. (Brasília (Brazil), November 5-9, 2007). Coll. « Proceedings of COBEM ». <http://www.sinmec.ufsc.br/sinmec/site/iframe/publicacoes/artigos/novos_00s/2007_cobem_carlos.pdf>.
- Cebeci, Tuncer, et Fassi Kafyeke. 2003. « Aircraft icing ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 35, p. 11-21.
- Colucci, D. W., et R. Viskanta. 1996. « Effect of nozzle geometry on local convective heat transfer to a confined impinging air jet ». *Experimental Thermal and Fluid Science*. Vol. 13, n° 1, p. 71-80. In Compendex. New York: Elsevier Inc. < [http://dx.doi.org/10.1016/0894-1777\(96\)00015-5](http://dx.doi.org/10.1016/0894-1777(96)00015-5) >.
- Cressie, Noel A. C. 1991. *Statistics for spatial data*. Coll. « Wiley series in probability and mathematical statistics. Applied probability and statistics ». New York: J. Wiley and Sons, 900 p.
- Croce, G., Habashi Wagdi, Guevremont Grant et Tezok Fatih. 1998. « 3D thermal analysis of an anti-icing device using FENSAP-ICE ». In *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. (Reno,NV). American Institute of Aeronautics and Astronautics.

< <http://dx.doi.org/10.2514/6.1998-193> >.

Ferreira, S. L. C., R. E. Bruns, H. S. Ferreira, G. D. Matos, J. M. David, G. C. Brandao, E. G. P. da Silva, L. A. Portugal, P. S. dos Reis, A. S. Souza et W. N. L. dos Santos. 2007. « Box-Behnken design: An alternative for the optimization of analytical methods ». *Analytica Chimica Acta*. Vol. 597, n° 2, p. 179-186. In Compendex. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.1016/j.aca.2007.07.011> >.

Fletcher, Roger. 2001. *Practical methods of optimization*, 2nd éd. New York: J. Wiley and Sons, 436 p.

Fregeau, Mathieu, Mohammad Gabr, Ion Paraschivoiu et Farooq Saeed. 2009. « Simulation of heat transfer from hot-air jets impinging a three-dimensional concave surface ». *Journal of Aircraft*. Vol. 46, n° 2, p. 721-725. In Inspec. U.S.A: The Institution of Engineering and Technology. < <http://dx.doi.org/10.2514/1.39846> >.

Ghenai, Chaouki., et Cheng. Xian. Lin. 2006. « Verification and validation of NASA LEWICE 2.2 icing software code ». *Journal of Aircraft*. Vol. 43, n° 5, p. 1253-258. In Inspec. U.S.A: The Institution of Engineering and Technology.
< <http://dx.doi.org/10.2514/1.18977> >.

Goldstein, R. J., A. I. Behbahani et K. Kieger Heppelmann. 1986. « Streamwise distribution of the recovery factor and the local heat transfer coefficient to an impinging circular air jet ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 29, n° 8, p. 1227-1235. In Inspec. IEE. < [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(86\)90155-9](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(86)90155-9) >.

Habashi , Wagdi G., Aubé Martin , Baruzzi Guido , Morency François , Tran Pascal et Jim C Narramore 2004. « FENSAP-ICE: a Fully-3D in-Flight Icing Simulation System for Aircraft, Rotorcraft and UAVS ». In *24th International Congress of The Aeronautical Sciences*. (Yokohama, Japan, 29 Aug 3, Sep 2004,). ICAS (Stockholm, Sweden). In *ICAS.org*. BONN, Germany: International Congress of The Aeronautical Sciences.
< http://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE/ICAS2004/ABSTRACTS/608.HTM >.

Hannat, Ridha. 2009. « Etude numerique des effets de la compressibilite sur le transfert de chaleur dans un systeme antigivre a air chaud ». Mémoire de maitrise en génie mécanique en ligne. Montreal, Ecole de Technologie Superieure (Canada), 104 p. In ProQuest Dissertations & Theses. Ann Arbor (Mich): UMI ProQuest.
< <http://search.proquest.com/docview/305155698?accountid=27231> >.

Hannat, Ridha., et Francois. Morency. 2013. « Numerical Study of an Aircraft Wing Hot Air Anti-Icing System Using Box-Behnken DoE Tool ». *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, vol. 37, n° 1.

- Heyerichs, K., et A. Pollard. 1996. « Heat transfer in separated and impinging turbulent flows ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*. En ligne. Vol. 39, n° 12, p. 2385-2400. In Compendex. Elsevier Inc.
< [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(95\)00347-9](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(95)00347-9) >.
- Honsek, Raimund, Wagdi G. Habashi et Martin S. Aube. 2008. « Eulerian modeling of in-flight icing due to supercooled large droplets ». *Journal of Aircraft*. 4. Vol. 45, n° 4, p. 1290-1296. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.2514/1.34541> >.
- Incropera, Frank P., et David P. DeWitt. 2002. « Chapter 7 internal Flow ». In *Fundamentals of heat and mass transfer*, 5th ed. p. 981. New York ; Toronto: J. Wiley & Sons.
- Jungho, Lee, et Lee Sang-Joon. 2000. « The effect of nozzle configuration on stagnation region heat transfer enhancement of axisymmetric jet impingement ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 43, n° 18, p. 3497-509. In Inspec. IEE.
< [http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310\(99\)00349-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(99)00349-X) >.
- Keane, Andy J., et Prasanth B. Nair. 2005. *Computational approaches for aerospace design : the pursuit of excellence*. Chichester, England ; Hoboken, N.J.: Wiley, 582 p.
- Kim, Kwang-Yong, et Dong-Yoon Shin. 2008. « Optimization of a staggered dimpled surface in a cooling channel using Kriging model ». *International Journal of Thermal Sciences*. En ligne. Vol. 47, n° 11, p. 1464-1472. In Compendex. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2007.12.011> >.
- Kind, Richard J. 1998. « Icing, frost and aircraft flight ». *Canadian Aeronautics and Space Journal*, vol. 44, n° 2, p. 110-118.
- Lee, Kwon-Hee, et Gyung-Jin Park. 2006. « A global robust optimization using kriging based approximation model ». *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*. Vol. 49, n° 3, p. 779-788. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1299/jsmec.49.779> >.
- Limaïem, A., et H. A. ElMaraghy. 1999. « Curve and surface modeling with uncertainties using dual Kriging ». *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*. Vol. 121, n° 2, p. 249-255. In Compendex. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.1115/1.2829451> >.
- Limaïem, Anis, Ashraf Nassef et Hoda A. El-Maraghy. 1996. « Data Fitting Using Dual Kriging and Genetic Algorithms ». *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. Vol. 45, n° 1, p. 129-134. In Compendex. Elsevier Inc.
< [http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)63031-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63031-5) >.

- Martin, Jay D., et Timothy W. Simpson. 2005. « Use of Kriging Models to Approximate Deterministic Computer Models ». *AIAA Journal*. En ligne. Vol. 43, n° 4, p. 853-863. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/1.8650> >.
- Mathieu, Fregeau, Saeed Farooq et Paraschivoiu Ion. 2003. « Numerical Correlation of Heat Transfer From an Array of Hot-Air Jets Impinging on 3D Concave Surface ». In *21st AIAA Applied Aerodynamics Conference*. (Orlando, Florida, 23-26 June 2003). American Institute of Aeronautics and Astronautics. < <http://dx.doi.org/10.2514/6.2003-3403> >.
- MATLAB®. 2010a. (Version R2010b). Natick, MA,USA: The MathWorks,Inc.
- MATLAB®. 2010b. *Optimisation Toolbox*.(Version R20010b). Natick, MA,USA: The MathWorks, Inc.
- Menter, F. R. 1994. « Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications ». *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. Vol. 32, n° 8, p. 1598-605. In Inspec. U.S.A: IEE. < <http://dx.doi.org/10.2514/3.12149> >.
- Messinger, B.L. 1953. « Equilibrium Temperature of an Unheated Icing Surface as a Function of Airspeed ». *Journal of Aeronautical Sciences*, vol. 20, n° 1, p. 29-42.
- Miwa, J., Y. Asako, C. Hong et M. Faghri. 2009. « Performance of Gas-to-Gas Micro-Heat Exchangers ». *Journal of Heat Transfer*. Vol. 131, n° 5, p. 1-9. In Inspec. U.S.A: IEE. < <http://dx.doi.org/10.1115/1.3013828> >.
- Morency, François, et Ridha Hannat. 2010. « Numerical Prediction of Heat Transfer in the Case of a Heated Leading Edge ». In *AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*. (Toronto (Ont), 02- 05 Aug 2010). American Institute of Aeronautics and Astronautics. < <http://dx.doi.org/10.2514/6.2010-7836> >.
- Morency, François., et Ridha. Hannat. 2012. « Numerical Validation of CHT3D/CFX in Anti-/de-Icing Piccolo System ». In *4th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*. Coll. « Fluid Dynamics and Co-located Conferences »: American Institute of Aeronautics and Astronautics. < <http://dx.doi.org/10.2514/6.2012-2678> >.
- NIST. 2010. « NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods ». < <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook> >.
- NTSB. *Air Craft Accident Report In-Flight Icing And Uncontrolled Collision With Terrain COMAIR FLIGHT 3272 EMBRAER EMB-120RT,N265CA* Coll. « Air Craft Accident Report », PB98-910404. Washington,D.C: National Transportation Safety Board 360 p.

- NTSB. 2009. *Crash During Approach to Landing, Empire Airlines Flight 8284 -Lubbock, Texas (January 27, 2009)*.
< <http://www.nts.gov/investigations/summary/AAR1102.html> >.
- NTSB. 2012a. *Accident Reports*. < <http://www.nts.gov/investigations/reports.html> >.
- NTSB. 2012b. *Brief of Accident (10/05/2012) : Piper / PA-24-250*. File No. 30674. Washington, DC: National Transportation Safety Board.
- Papadakis, M, See Ho Wong, Hsiung Wei Yeong, See Cheuk Wong et Giao T Vu. 2010. « Icing Tests of a Wing Model with a Hot-Air Ice Protection System ». In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. (Toronto (Ont), 2 - 5 August 2010).
< <http://dx.doi.org/10.2514/6.2010-7833> >.
- Papadakis, Michael, et See-Ho J. Wong. 2006. « Parametric investigation of a bleed air ice protection system ». In *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. (Reno (NV), 9-12 January 2006). Vol. 16, p. 12167-12194. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. In *Compendex*. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.2514/6.2006-1013> >.
- Park, Kyoungwoo, Park-Kyoun Oh et Hyo-Jae Lim. 2006. « The application of the CFD and Kriging method to an optimization of heat sink ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 49, n° 19-20, p. 3439-3447. In *Compendex*. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.03.009> >.
- Park, T. H., H. G. Choi, J. Y. Yoo et S. J. Kim. 2003. « Streamline upwind numerical simulation of two-dimensional confined impinging slot jets ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 46, n° 2, p. 251-262. In *Compendex*. Elsevier Inc.
< [http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310\(02\)00270-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00270-3) >.
- Pellissier, M. P. C., W. G. Habashi et A. Pueyo. 2011. « Optimization via FENSAP-ICE of aircraft hot-air anti-icing systems ». *Journal of Aircraft*. Vol. 48, n° 1, p. 265-276. In *Compendex*. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.2514/1.C031095> >.
- Phan, Anh-Vu, et F. Trochu. 1998. « Application of dual kriging to structural shape optimization based on the boundary contour method ». *Archive of Applied Mechanics*. Vol. 68, n° 7-8, p. 539-551. In *Compendex*. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.1007/s004190050185> >.
- Pourbagian , M ., et G . W . Habashi 2012. « Parametric Analysis of Energy Requirements of In-Flight Ice Protection Systems ». In *The 20th Annual Conference of the CFD Society of Canada (CFD2012)*. (Canmore (AB), 9-11 May 2012).

- Raza, Wasim, et Kwang-Yong Kim. 2008. « Shape optimization of wire-wrapped fuel assembly using Kriging metamodeling technique ». *Nuclear Engineering and Design*. Vol. 238, n° 6, p. 1332-1341. In Compendex. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.1016/j.nucengdes.2007.10.018> >.
- Reid, Thomas, Guido S. Baruzzi, Cristhian Aliaga, Martin S. Aubé et Wagdi G. Habashi. 2010. « FENSAP-ICE: Application of Unsteady CHT to De-icing Simulations on a Wing with Inter-cycle Ice Formation ». In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. (Toronto (Ont), 2 - 5 August 2010). AIAA. In *Google scholar*.
< <http://dx.doi.org/10.2514/6.2010-7835> >.
- Remaki, L., H. Beaugendre et W. G. Habashi. 2003. « ISOD – an anisotropic isovalue-oriented diffusion artificial viscosity for the Euler and Navier–Stokes equations ». *Journal of Computational Physics*. Vol. 186, n° 1, p. 279-294. In Inspec. IEE.
< [http://dx.doi.org/10.1016/S0021-9991\(03\)00066-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00066-4) >.
- Ren, Yuan, et Guangchen Bai. 2009. « Comparison of neural network and Kriging method for creating simulation-optimization metamodels ». In *8th IEEE International Symposium on Dependable, Autonomic and Secure Computing, DASC 2009*. (Chengdu, China, 12 -14 December , 2009), p. 815-821. IEEE Computer Society. In *Compendex*. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1109/DASC.2009.46> >.
- Richard M. Norris, et Kimball J. Rumford. Nov. 8, 1988. *Anti-icing management system*. Brevet U.S US4783026 A. online. In *Google scholar*.
< <http://www.google.com.mx/patents/US4783026> >.
- Roache, P. J. 1994. « Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies ». *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*. Vol. 116, n° 3, p. 405 - 413. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1115/1.2910291> >.
- Rodrigo, Domingos, Papadakis Michael et Zamora Alonso. 2010. « Computational Methodology for Bleed Air Ice Protection System Parametric Analysis ». In *AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*. (Toronto (Ont), 02-05 Aug 2010). American Institute of Aeronautics and Astronautics. In *Google Scholar*.
< <http://dx.doi.org/10.2514/6.2010-7834> >.
- Saeed, Farooq. 2008. « Numerical simulation of surface heat transfer from an array of hot-air jets ». *Journal of Aircraft*. 2. Vol. 45, n° 2, p. 700-714. In Compendex. Elsevier Inc.
< <http://dx.doi.org/10.2514/1.33489> >.
- Sakata, S., F. Ashida et M. Zako. 2003. « Structural optimization using Kriging approximation ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 192, n° 7-8, p. 923-939. In Compendex. Elsevier Inc.
< [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(02\)00617-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(02)00617-5) >.

- Santner, Thomas J., Brian J. Williams et William I Notz. 2003. *The Design and Analysis of Computer Experiments*. Coll. « Springer Series in Statistics ». New York: Springer, 283 p.
- Shinkyu, Jeong, Mitsuhiro. Murayama et KKazuomi. Yamamoto. 2005. « Efficient optimization design method using kriging model ». *Journal of Aircraft*. Vol. 42, n° 2, p. 413-20. In Inspec. IEE. < <http://dx.doi.org/10.2514/1.6386> >.
- Simpson, T. W., J. D. Peplinski, P. N. Koch et J. K. Allen. 2001. « Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations ». *Engineering with Computers*. Vol. 17, n° 2, p. 129-50. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1007/PL00007198> >.
- Song, X. G., L. Wang et Y. C. Park. 2009. « Analysis and optimization of a butterfly valve disc ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E (Journal of Process Mechanical Engineering)*. Vol. 223, n° E2, p. 81-89. In Inspec. The Institution of Engineering and Technology. < <http://dx.doi.org/10.1243/09544089JPME236> >.
- Steven, Green . 2006. « A Study of U.S. Inflight Icing Accidents and Incidents, 1978 to 2002 ». In *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Coll. « Aerospace Sciences Meetings »: American Institute of Aeronautics and Astronautics. < <http://dx.doi.org/10.2514/6.2006-82> >.
- Thomas, Scott K., Robert P. Cassoni et Charles D. MacArthur. 1996. « Aircraft anti-icing and de-icing techniques and modeling ». *Journal of Aircraft*. Vol. 33, n° 5, p. 841-854. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.2514/3.47027> >.
- Tran, P., M. T. Brahimi, I. Paraschivoiu, A. Pueyo et F. Tezok. 1995. « Ice accretion on aircraft wings with thermodynamic effects ». *Journal of Aircraft*. Vol. 32, n° 2, p. 444-446. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.2514/3.46737> >.
- Trochu, F. 1993. « Contouring program based on dual kriging interpolation ». *Engineering with Computers*. Vol. 9, n° 3, p. 160-177. In compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1007/BF01206346> >.
- Trochu, F., et P. Terriault. 1998. « Nonlinear modelling of hysteretic material laws by dual kriging and application ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 151, n° 3-4, p. 545-558. In Compendex. Elsevier Inc. < [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(97\)00165-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(97)00165-5) >.
- Venter, G., et R. T. Haftka. 1999. « Using response surface approximations in fuzzy set based design optimization ». *Structural Optimization*. Vol. 18, p. 218-227. In Compendex. Elsevier Inc. < <http://dx.doi.org/10.1007/s001580050072> >.

- Vieser, W., T. Esch et F. R. Menter. 2002. *Heat transfer predictions using advanced two-equation turbulence models*. Coll. « CFX Technical Memorandum », CFX-VAL10/0602. < <http://www.docin.com/p-51242309.html> >.
- Wei, Dong, Zhu Jian, Zhou Zhixiang et X. Chi. 2012. « Heat Transfer and Temperature Analysis of an Anti-icing System for an Aero-engine Strut under Icing Condition ». In *43rd AIAA Thermophysics Conference*. Coll. « Fluid Dynamics and Co-located Conferences »: American Institute of Aeronautics and Astronautics. AIAA. < <http://dx.doi.org/10.2514/6.2012-2753> >.
- Wright, William B. 2004. « An evaluation of jet impingement heat transfer correlations for piccolo tube application ». In *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. (Reno, Nevada), p. 4153-4162.
- XFOIL. 2001. *Drela , M. Youngren , H. .*(Version 6.9). MIT. < <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/> >.
- Yan, Xiaojun. 1993. « A preheated-wall transient method using liquid crystals for the measurement of heat transfer on external surfaces and in ducts ». Thèse de doctorat en génie en ligne. United States - California, University of California, Davis, 265 p. In ProQuest Dissertations & Theses. Ann Arbor (Mich): UMI ProQuest. < <http://search.proquest.com/docview/304047123?accountid=27231> >.
- Zuckerman, N. , et N. Lior. 2006. « Jet Impingement Heat Transfer: Physics, Correlations, and Numerical Modeling ». *Advances in Heat Transfer*. Vol. 39, p. 565-631. In Google scholar. < [http://dx.doi.org/10.1016/S0065-2717\(06\)39006-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0065-2717(06)39006-5) >.

